Univerza v Mariboru,

Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko

PROCESIRANJE SIGNALOV

2. letnik VS

PRIPRAVA

Maribor, 2013

Univerza v Mariboru,

Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko

PROCESIRANJE SIGNALOV

2. letnik VS

Priprava

PRIPRAVA NA IZPIT PREDMETA PROCESIRANJE SIGNALOV

Avtor:

Gregor Nikolić

Maribor, 2013

KAZALO

KAZALO SLIK, GRAFIKONOV

1. UVOD

Priprava obsega priprave na izpit pri predmetu procesiranje signalov, smer študija Elektrotehnika, Elektronika VS na Univerza v Mariboru, Fakulteta za Elektrotehniko Računalništvo in informatiko.

Gradivo se sme uporabljati v namene izobraževanja in se ga nikakor ne sme reproducirati ali spreminjati v komercialne namene brez soglasja avtorja.

2. VPRAŠANJA

I. Osnove digitalnega procesiranja signalov

1. Kakšne tipe signalov poznamo
2. Zaporedje enotinega otipka, enotine stopnice in eksponentno zaporedje
3. Definirajte kavzalno zaporedje
4. Naštejte osnovne operacije nad časovno-diskretnimi signali
5. Osnovne lastnosti linearno pomično neodvisnih sistemov
6. FIR in IIR sistemi
7. Opis LPN sistemov z linearnimi diferenčnimi enačbami s konstantnimi koeficienti – zapis osnovne enačbe
8. Predstavitev LDE s konstantnimi koeficienti z linearnim signalnim grafom – direktna oblika I
9. Idealno vzorčenje – osnovne značilnosti procesa vzorčenja
10. Potek postopka sinteze signal – D/A pretvorba
11. Teorem vzorčenja
12. Vloga protiprekrivnih filtrov pri vzorčenju signalov
13. Uniformna kvantizacija amplitude signalov pri vzorčenju
14. Osnovne značilnosti neuniformne kvantizacije
15. Rekonstrukcija signal – idealni rekonstruktor
16. Osnovne značilnosti stopničnega rekonstruktorja
17. Osnovne značilnosti naključnih signalov
18. Definicija močnostnega spektra
19. Osnove postopkov določitve močnostnega spektra
20. Osnovne značilnosti belega šuma
21. Osnovne značilnosti Gaussovega belega šuma

II. Konvolucija in korelacija

22. Enačba za križnokorelacijski koeficient
23. Načini odpravljanja problema upadanja korelacijskih vrednosti
24. Definicija avtokorelacije
25. Križna korelacija periodičnih zaporedij
26. Osnovne značilnosti postopkov hitre korelacije
27. Enačba linearne konvolucije
28. Postopek izračuna linearne konvolucije
29. Transformacijska lastnost linearne konvolucije
30. Osnovne značilnosti krožne konvolucije
31. Transformacijska lastnost krožne konvolucije

32. Določitev linearne konvolucije z uporabo krožne konvolucije
33. Možni načini izračuna konvolucije
34. Določitev konvolucije z uporabo FFT

III. Digitalni filtri

35. Osnovne značilnosti adaptivnih filtrov
36. Osnovne značilnosti IIR filtrov
37. Osnovne znčilnosti FIR filtrov
38. Idealne frekvenčne karakteristike filtrov
39. Uporaba tolerančne sheme pri načrtovanju filtrov
40. Koraki načrtovanja digitalnih filtrov
41. Specifikacije logaritemskega načrtovanja
42. Značilnosti filtrov z linearnim faznim odzivom
43. Značilnosti digitalnih filtrov z minimalno fazo
44. Definicija vseprepustnega filtra
45. Realizacijska struktura direktne oblike I izvedbe sistemske funkcije digitalnega filtra
46. Realizacijska struktura direktne oblike II izvedbe sistemske funkcije digitalnega filtra
47. Realizacijska struktura za izvedbo digitalnega FIR filtra
48. Realizacijska struktura FIR filtra z linearno fazo
49. Kaskadna realizacijska struktura digitalnega filtra
50. Osnovne značilnosti postopka bilinearne transformacije
51. Prednosti in slabosti FIR filtrov
52. Prednosti in slabosti IIR filtrov
53. Uporaba Fourierjeve transformacije in oknjenja pri načrtovanju FIR filtra
54. Osnovne značilnosti postopka frekvenčnega vzorčenja pri načrtovanju digitalnih filtrov
55. Značilnosti filtrov z enakomerno valovitostjo frekvenčne karakteristike
56. Osnovne značilnosti COMB filtra

IV. Hitri postopki izračuna DFT

57. Časovno diskretna Fourierjeva transformacije – transformacijski par
58. Diskretna Fourierjeva transformacija – transformacijski par
59. Definicija magnitudnega in faznega spektra diskretne Fourierjeve transformacije
60. Lastnosti diskretne Fourierjeve transformacije
61. Parsevalov teorem

62. Osnovne značilnosti postopkov hitre Fourierjeve transformacije

V. Digitalno procesiranje signalov s signalnim procesorjem

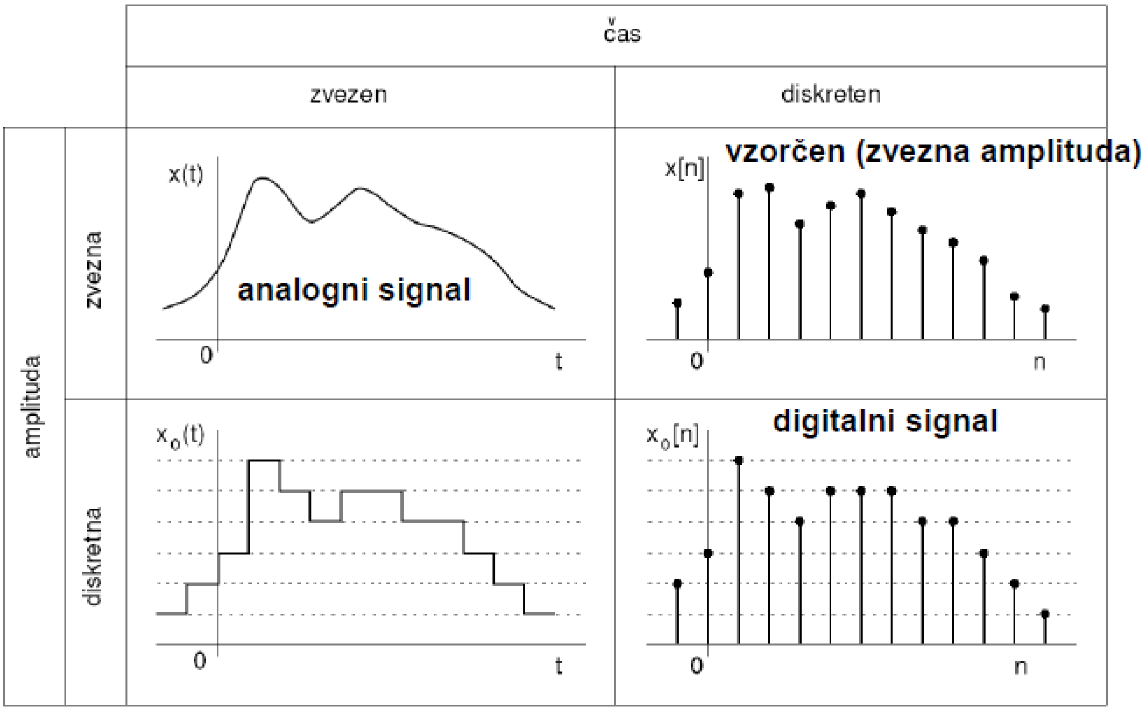
63. Osnovni okvir izvajanja digitalnega procesiranja
64. Tipični DSP sistem
65. Operacija MAC
66. Arhitekture digitalnih računalnikov (von Neuman, Harvard)
67. Razvojno okolje za digitalno procesiranje signalov
68. Prednosti digitalnega procesiranja signalov
69. Prednosti analognega procesiranja signalov
70. Področja uporabe DSP sistemov
71. Vrste signalnih procesorjev kriteriji izbire signalnega procesorja za ciljno aplikacijo
72. Načini procesiranja časovno diskretnih zaporedij

3. VPRAŠANJA Z ODGOVORI

I. Osnove digitalnega procesiranja signalov

1. Kakšne tipe signalov poznamo

Poznamo digitalne in analogne oblike signalov.



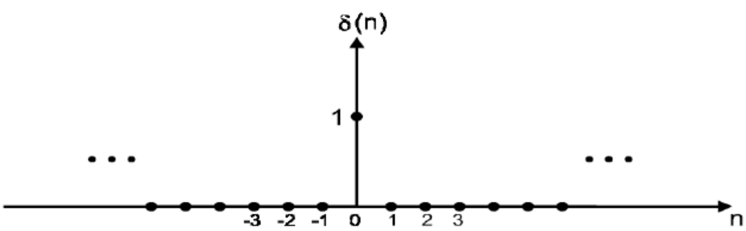
Slika 1 Tipi signalov

2. Zaporedje enotinega otipka, enotine stopnice in eksponentno zaporedje

Enotin otipek ali enotin impulz pri analizi zveznih sistemov. Uporablja se pri analizi diskretnih signalov.

Matematični opis:

$$\delta(n) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases} \qquad \delta(n) = \{\ldots,0,0,1,0,0,\ldots\}$$

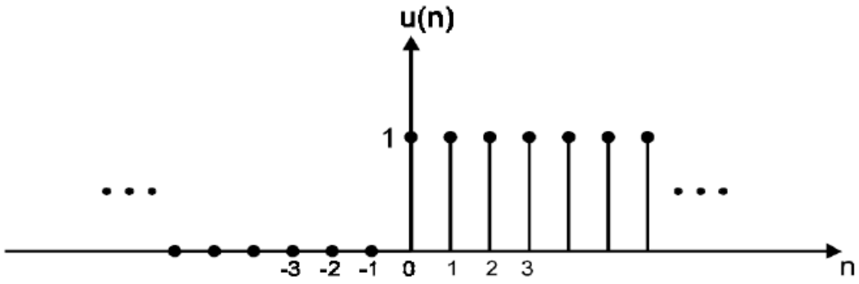


Slika 2 Enotin otipek

Zaporedje enotine stopnice. Z zaporedjem lahko definiramo poljuben začetek v poljubnem signalu.

Matematični opis:

$$u(n)=\begin{cases}0, & n<0\\ 1, & n\geq 0\end{cases} \qquad u(n)=\{\ldots,0,0,1,1,1,1,\ldots\}$$



Slika 3 Enotina stopnica

Eksponentno zaporedje.

Matematičen opis:

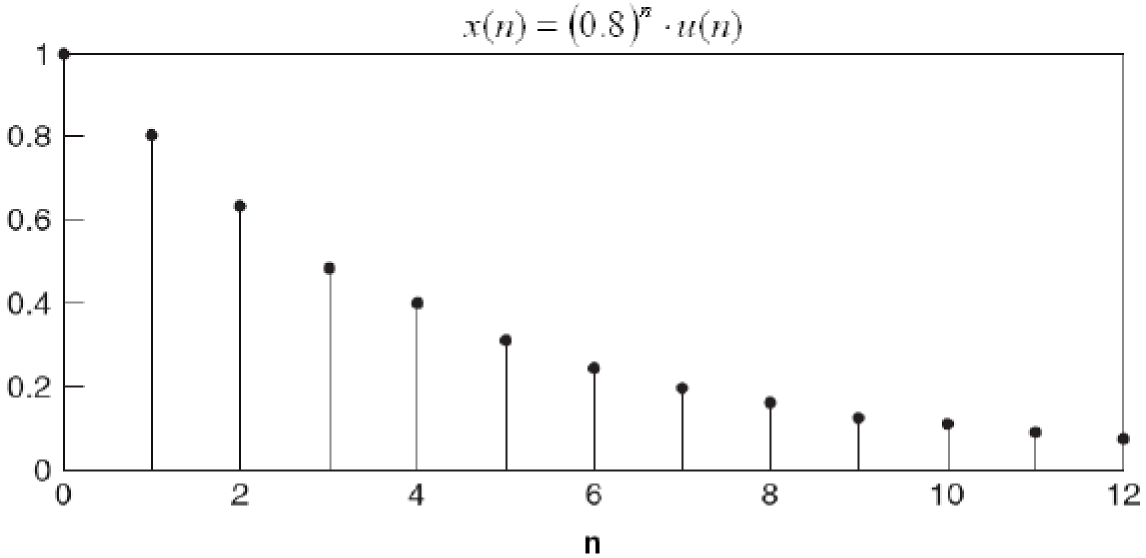
$$x(n)=a^n; \qquad -\infty<n<\infty$$

Lahko pa je podano tudi bolj raznoliko:

$$x(n)=\begin{cases}a^n & k\leq n<\infty\\ b^n & -\infty<n<k\end{cases}$$

Specifično časovno-diskretno zaporedje, ki ga pogosto uporabljamo:

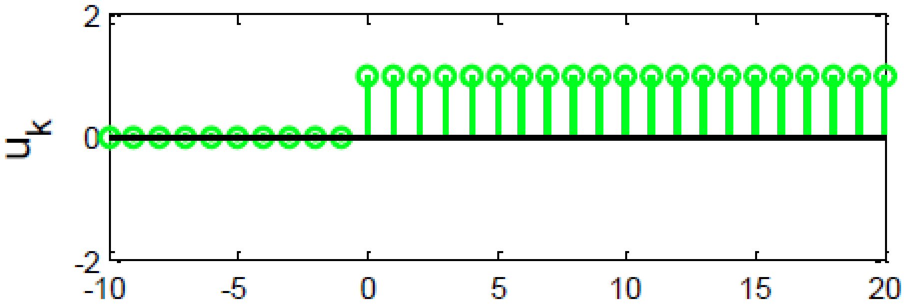
$$x(n)=a^n u(n)$$



Slika 4 Eksponentno zaporedje

3. Definirajte kavzalno zaporedje

Kavzalna zaporedja niso definirana za odtipke pred odtipkom z indeksom nič. Takšna zaporedja imajo vse vrednosti pred otipkom z indeksom nič enake nič.



Slika 5 Kavzalno zaporedje

4. **Naštejte osnovne operacije nad časovno-diskretnimi signali**

- Zakasnitev ali pomik (delay/shift)
- Skalarno seštevanje in množenje
- Vektorsko seštevanje in množenje

5. **Osnovne lastnosti linearno pomično neodvisnih sistemov**

Odziv linearnega, časovno neodvisnega sistema na sinusni signal je tudi sinusni signal z enako frekvenco, vendar drugačno amplitudo in fazo.

6. **FIR in IIR sistemi**

FIR (Finite Impulse Response) sistem ali sistem s končnim impulznim odzivom. FIR sistem je vsota vseh odzivov.

$$y[n] = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] + \cdots + b_N x[n-N] = \sum_{i=0}^{N} b_i x[n-i]$$

IIR (Infinite Impulse Response) sistem ali sistem z neskončnim impulznim odzivom. Vrednost imulznega odziva na ta sistem nikoli ne pade na vrednost nič, za razliko od FIR sistema, kjer pa y[n] preide v vrednost nič točno v času ko je t > T za nek končen T.

$$y[n] = \frac{1}{a_0}\begin{pmatrix} b_0 x[n] + b_1 x[n-1] + \cdots + b_p x[n-P] \\ -a_1 y[n-1] - a_2 y[n-2] - \cdots - a_Q y[n-Q] \end{pmatrix}$$

ali

$$y[n] = \frac{1}{a_0}\left(\sum_{i=0}^{P} b_i x[n-i] - \sum_{j=1}^{Q} a_j y[n-j]\right)$$

Pri čemer so:

P – feedforward filter order

b_i – feedforward filter coefficients

Q – feedback filter order

a_i – feedback filter coefficients

$x[n]$ – imput signal

$y[n]$ – output signal

7. Opis LPN sistemov z linearnimi diferenčnimi enačbami s konstantnimi koeficienti – zapis osnovne enačbe

8. Predstavitev LDE s konstantnimi koeficienti z linearnim signalnim grafom – direktna oblika I

9. Idealno vzorčenje – osnovne značilnosti procesa vzorčenja

Kot primer vzorčenja bi lahko izbrali zvezno spreminjanje temperature. Temperaturo beležimo samo vsako uro in tako dobimo otipke signala. Interval vzorčenja je torej 1 ura.

Idealno vzorčenje takšnega signala bi bilo zajemanje v trenutku – v neskončno majhnem času zajema signala. Večkrat govorimo o frekvenci vzorčenja, ki pa je neposredno povezana s periodo oz. intervalom vzorčenja. V našem primeru je ta interval 1 ura.

$$f_S = \frac{1}{T} \quad [Hz]$$

Frekvenca vzorčenja bi torej za naš primer znašala $f_S = \frac{1}{3600 \text{ s}} = 0{,}28 \text{ mHz}$.

10. Potek postopka sinteze signal – D/A pretvorba

Digitalni signal se pripelje na DAC pretvornik katerega izhodni signal potuje na rekonstrukcijski filter in ojačevalnik.

11. Teorem vzorčenja

Teorem vzorčenja specificira minimalno frekvenco vzorčenja, s katero moramo vzorčiti vhodni signal, da je zagotovljena popolna rekonstrukcija originalnega signala iz dobljenih otipkov – da ne izgubljamo informacije.

Tukaj navadno uporabljamo Shannonov teorem vzorčenja:

$$f_S \geq 2 \cdot f_M$$

ali

$$T \leq \frac{1}{2 \cdot f_M}$$

12. Vloga protiprekrivnih filtrov pri vzorčenju signalov

Če je frekvenca vzorčenja manjša kot dvakratnik najvišje frekvenčne komponente prihaja do prekrivanja ali aliasing-a – kopirani spektri see med sabo deloma prekrivajo in povzročajo popačitve originalnega spektra. Da to preprečimo uporabimo t.i. protiprekrivne oz. aliasing filtre, ki so navadno low-pass filtri.

13. Uniformna kvantizacija amplitude signalov pri vzorčenju

ADCji predpostavljajo, da vhodne vrednosti zajemajo celotno območje vrednosti, ki ga označimo z R. Tipične vrednosti Rja so od 1 do 15 V.

Kvantizirana vrednost $x_Q\left(nT\right)$, ki je predstavljena z B-biti, lahko zavzame samo enega od 2^B možnih kvantizacijskih nivojev.

Kvantizacijska širina oz. resolucija:

$$Q = \frac{R}{2^B}$$

Število bitov, ki so potrebni za želeno oz. zahtevano resolucijo:

$$B = \log_2 \frac{R}{Q}$$

14. Osnovne značilnosti neuniformne kvantizacije

Ne-uniformna kvantizacija se od uniformne kvantizacije razlikuje po tem, da vrednosti amplitude signala niso uniformno (enolično) porazdeljene po celotnem območju vrednosti.

- Zvočni govor: Otipki lahko imajo vrednosti amplitud, ki so razporejenem po celotnem območju vrednosti
- Ne-zvočni govor: otipki imajo običajno bistveno manjše vrednosti amplitud
- V povprečju ljudje govorijo 60% časa, ostalih 40% predstavljajo pavze oz. signal z zelo nizko amplitudo

Tako je pri ne-uniformni kvantizaciji več nivojev prirejeno nižjim amplitudam, višjim amplitudam pa je prirejeno manjše število nivojev.

15. Rekonstrukcija signal – idealni rekonstruktor

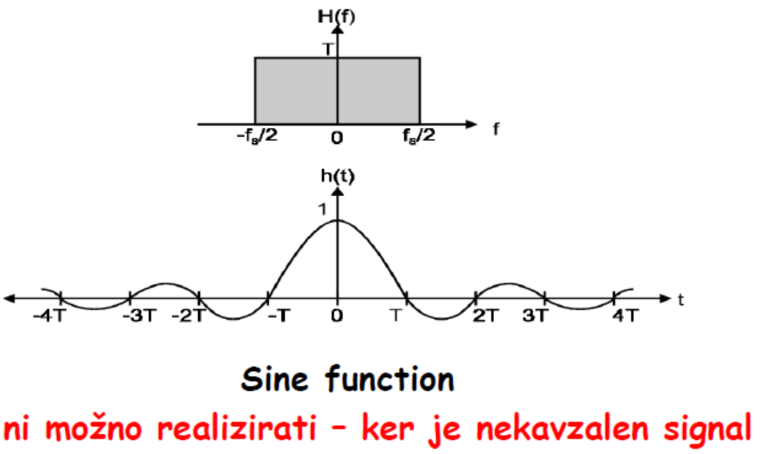
Imamo signal $x(t)$ s frekvenčnim spektrom $X(f)$, katerega vzorčimo s frekvenco $\frac{1}{T}$ otipkov na sekundo.

Vzorčen signal $x[n]$ ima spekter, ki se sestoji iz kopij $X(f)$, katere pa so premaknjene za celoštevilčne faktorje f_S.

Naj bo spekter $X(f)$ pasovno omejen in frekvenca vzorčenja dovolj visoke, da se kopije ne prekrivajo (aliasing).

- Rekonstrukcija; uporabimo nizko-prepustni (low-pass) filter, ki izloči $X(f)$ z lomno frekvenco $\frac{f_S}{2}$.

$$H(f) = \begin{cases} T, \; za \; |f| \le \dfrac{f_S}{2} \\ 0, \; drugod \end{cases} \Rightarrow h(t) = \frac{\sin\left(\dfrac{\pi t}{T}\right)}{\dfrac{\pi t}{T}} = \sin c\left(\frac{\pi t}{T}\right) = \sin c\left(\pi f_S t\right)$$



Slika 6 h(t) in H(f) funkcija

16. Osnovne značilnosti stopničnega rekonstruktorja

Stopnični rekonstruktor zadržuje vrednosti zadnjega otipka tako dolgo, dokler ne pride nova vrednost novega otipka. Vsaka vrednost otipka je zadržana za T sekund, impulzni odziv je:

$$h_{ZOH}(t) = \begin{cases} 1, \; za \; 0 \le t \le T \\ 0, \; drugod \end{cases}$$ [1]

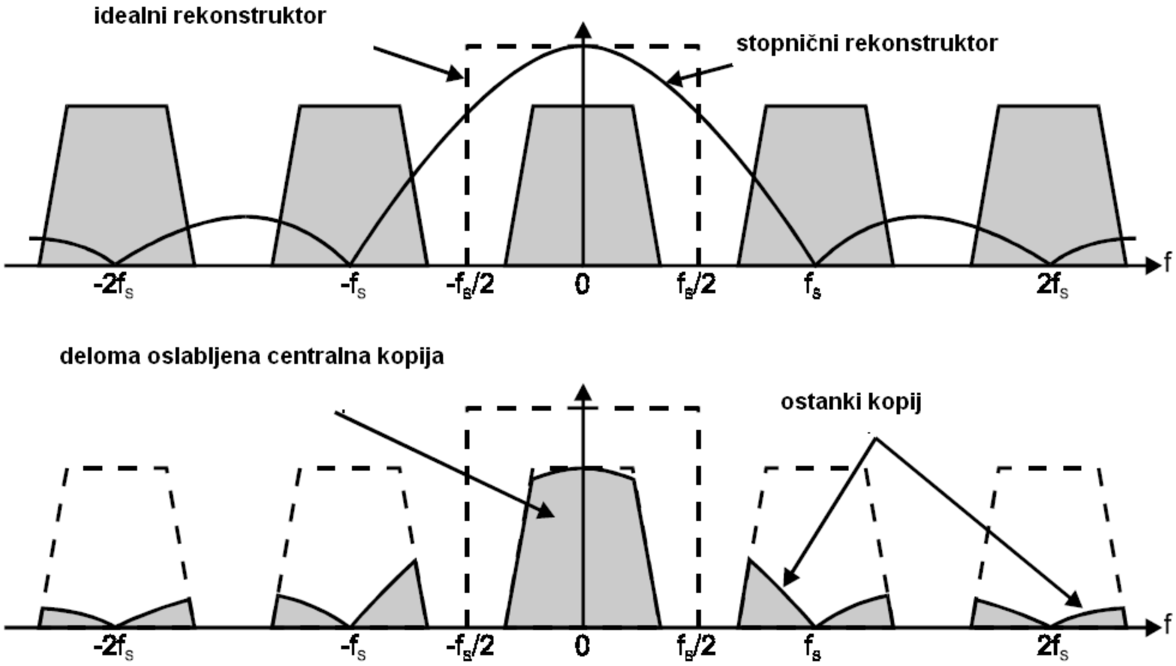
Spekter impulznega odziva je »sine« funkcija, ki eksponentno upada z amplitudo:

---

[1] ZOH – Zero Order Holder

$$H_{ZOH}(f) = T\frac{\sin(\pi fT)}{\pi fT}e^{-jpft}$$

Pri tem se pojavlja problem, da se deli originalnega spektra vključujejo na izhodu ZOH.



Slika 7 Zero Order Holder

17. Osnovne značilnosti naključnih signalov

Naključne signale obravnavamo kot signal z neskončnim časom trajanja. Naključni signal ne moremo v naprej določiti, lahko opazujemo le t.i. zgodovino signala. Iz preteklega signala lahko njegov spekter le delno ocenimo.

18. Definicija močnostnega spektra

Močnostni spekter nam pove, kako je energija signala porazdeljena v frekvenčnem prostoru. Glede na spekter ločimo dve vrsti signala:

- Stacionarni: spekter se s časom ne spreminja
- Ne-stacionarni: spekter se s časom spreminja (govor)

19. Osnove postopkov določitve močnostnega spektra

Spekter lahko določamo s pomočjo Fouriereve analize, najbolj pogosto uporabljena metoda FFT (Fast Fourier Transform). Druga metoda je računanje s pomočjo množice filtrov. Vsak filter da na izhodu energijo izmerjeno v njegovem prepustnem območju. Izkaže se, da FFT ni nič druga kot seštevanje prispevkov posameznih filtrov. Tem filtrom pravimo ekvivalentni DFT filtri.

20. Osnovne značilnosti belega šuma

Uporablja se za modeliranje realnih signalov – signali pogosto vsebujejo šum. Kvantizacijska napaka se lahko modelira z belim šumom.

Uporablja se tudi kot testni signal za identifikacijo sistemov, ker vsebujejo moč pri vseh frekvencah.

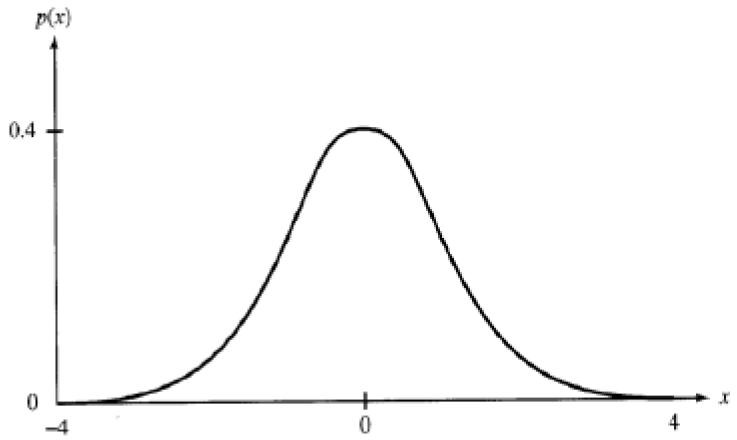
21. Osnovne značilnosti Gaussovega belega šuma

Za določena modeliranj je lahko bolj primerna Hausova ali normalna funkcija verjetnostne gostote (normal probability density function).

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[\frac{-(x-\mu)^2}{\sigma^2}\right]$$

$$\sqrt{\ }$$

Gaussova funkcija verjetnostne gostote za: $\mu = 0$ in $\sigma = 1$:



Slika 8 Gaussova funkcija verjetnostne gostote

II. Konvolucija in korelacija

22. Enačba za križno-korelacijski koeficient

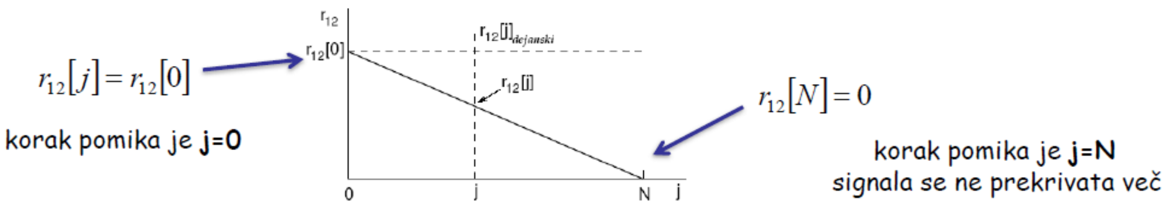
Križna korelacija digitalnih signalov x_1 in x_2 dolžine N.

$$r_{12} = \sum_{n=0}^{N-1} x_1[n] x_2[n]$$

23. Načini odpravljanja problema upadanja korelacijskih vrednosti

S pomikanjem enega od obeh signalov v levo, imamo vedno manj produktov. Z večanjem koraka pomika j pride do linearnega upadanja vrednosti koeficientov $r_{12}[j]$. Za odpravo:

- Pred izračunom korelacije podaljšamo enega izmed signalov na dolžino, ki je dvakrat večja od števila N
- Dodajamo korelacijski faktor vsem izračunanim korelacijskim vrednostim



Upadanje korelacijskih vrednosti $r_{12}[j]$ z naraščanjem j.

Križno korelacijo računsko nadgradimo:

$$r_{12}[j]_{dejanski} = r_{12}[j] + \frac{j}{N} r[0]$$

24. Definicija avtokorelacije

Digitalni signal je križno koreliran sam s seboj:

$$x_1[n] = x_2[n] = x[n]$$

Računanje avtokorelacije nad digitalnim signalom:

$$r_{xx}[j] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot x[n+j]$$

25. Križna korelacija periodičnih zaporedij

Križna korelacija dveh periodičnih signalov različnih period kot rezultat da: **signal, ki se v primeru, da je ena perioda večkratnik druge, ciklično ponavlja s periodo, enako periodi krajšega zaporedja**

Dobljen signal je periodičen in ima periodo krajšega signala – periodična avto-korelacija.

Pred izvedbo operacije pa naredimo še slednje: linearna križna korelacije periodičnih zaporedij dolžin N_1 in N_2: k vsakemu zaporedju dodamo toliko elementov z vrednostjo nič, da je dolžina tako dobljenega zaporedja enaka $N_1 + N_2 - 1$.

26. Osnovne značilnosti postopkov hitre korelacije

S pomočjo uporabe dodajanje ničel (zero padding) lahko računamo linearno križno korelacijo tudi preko krožne križne koleracije.

$x[j]$ je signal dolžine N in $y[j]$ je signal dolžine M, $M \leq N$:

S predprocesiranjem generiramo (zero padding):

- $x_z[j]$ je verzija signala $x[j]$, z $M+p$ dodanimi ničlami $(p \geq -1)$
- $y_z[j]$ je verzija $y[j]$ z $N+p$ dodanimi ničlami

Signala x_z in y_z sta po operaciji »zero padding« oba dolžine $L = N + M + p$ (enake dolžine):

$$x_z \left[x(0),\ldots,x(N-1),0,\ldots,0\right]^T$$
$$y_z \left[y(0),\ldots,y(M-1),0,\ldots,0\right]^T$$

27. Enačba linearne konvolucije

Računanje linearne konvolucije signalov $x[n]$ in $h[n]$:

$$y[n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} h[n-m]x[m]$$

$$y[n] = h[n] * x[n]$$

Rezultat konvolucije je zaporedje $y[n]$.

28. Postopek izračuna linearne konvolucije

29. Transformacijska lastnost linearne konvolucije

Linearna konvolucija ima številne uporabne lastnosti:

a. Konvolucijski operator ima lastnosti komutativnosti – vrstni red operandov se lahko zamenja

   $$h[n]x[n] = x[n]h[n]$$

b. Linearno konvolucijo v časovnem prostoru lahko računamo z množenjem transformirank v frekvenčnem ali Z prostoru.

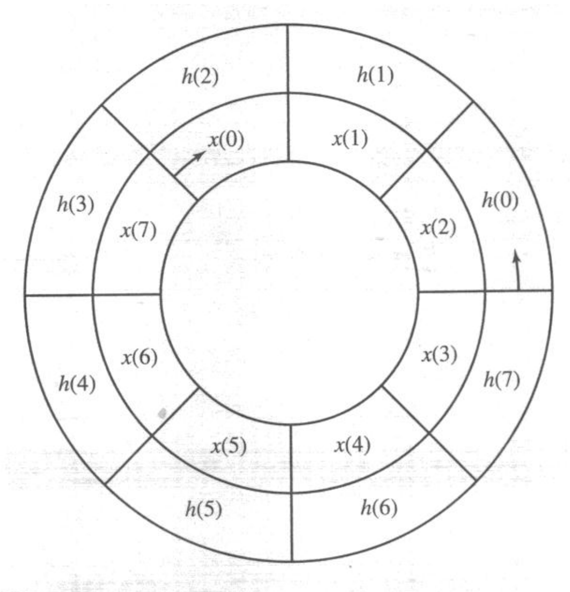
$$y[n] = h[n]x[n]$$
$$Y(z) = H(z)Y(z)$$

30. Osnovne značilnosti krožne konvolucije

Računanje krožne konvolucije dveh signalov $x[n]$ in $h[n]$ dolžine N.

$$y[n] = h[n] * x[n] = \sum_{m=0}^{N-1} h[m] \cdot x_p[n-m]; \qquad 0 \le n < N$$

- $x_p[n]$ je periodična razširitev signala $x[n]$ (predprocesiranje)
- Rezultat krožne konvolucije dveh signalov dolžine N, je signal enake dolžine N
- Računanje s periodično razširjenim $x_p[n]$ pri $n-m$, je ekvivalentno krožnemu pomiku $x[-m]$ v smeri urinega kazalca za n otipkov
- $h[n]$ je razporejen na zunanjem krogu v smeri urinega kazalca
- $x[-m]$ je razporejen na notranjem krogu
- Za različne vrednosti n, signal $x[-m]$ kroži za n otipkov v smeri urinega kazalca
- Krožna konvolucija je vsota produktov N točk porazdeljenih po krogu



Slika 9 krožni pomik v smeri urinega kazalca za n=2 z N=8

31. Transformacijska lastnost krožne konvolucije

Če je zaporedje $y[n]$ z dolžino N rezultat krožne konvolucije zaporedij $x[n]$ in $h[n]$ z dolžino N, potem je DFT zaporedja y enak produktu diskretnih Fourierevih transformirank zaporedij $x[n]$ in $h[n]$.

$$y[n] = h[n] * x[n] \qquad \leftrightarrow \qquad Y[k] = H[k]X[k]$$

32. Določitev linearne konvolucije z uporabo krožne konvolucije

Linearno konvolucijo lahko računamo tudi preko računanja krožne konvolucije ob uporabi dodajanja ničel (zero padding)

- Predpostavimo N - točkovni signal $h[n]$ in M - točkovni signal $x[n]$
- Vpeljemo $h_z[n] - h[n]$ z dodatkom $M + p$ ničel
- Vpeljemo $x_z[n] - x[n]$ z dodatkom $N + p$ ničel
- Skupna dolžina signalov $h_z[n]$ in $x_z[n]$ je tako $L = N + M + p$

33. Možni načini izračuna konvolucije

- Linearna konvolucija

$$y[n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} h[n-m]x[m]$$

$$y[n] = h[n] * x[n]$$

- Krožna konvolucija

$$y[n] = h[n] * x[n] = \sum_{m=0}^{N-1} h[m] \cdot x_p[n-m]; \qquad 0 \le n < N$$

34. Določitev konvolucije z uporabo FFT

Računanje linearne konvolucije (fast convolution):

$$h[n] \cdot x[n] = IFFT\{H_z(i) \cdot X_z(i)\}, \qquad 0 \le n < N + M - 1$$

Čeprav vključuje hitra konvolucija kar nekaj korakov, obstaja takšna dolžina signalov L, od katere dalje je bolj učinkovita kot direktno izračunavanje linearne konvolucije

III. Digitalni filtri

35. Osnovne značilnosti adaptivnih filtrov

- IIR[2], FIR[3]: običajno filtri s konstantnimi koeficienti (določeni v fazi načrtovanja filtra).
- Vrednost koeficientov se pri IIR, FIR med filtriranjem ne spreminja (so konstantni parametri filtra).
- Pogosto ni mogoče v naprej predvideti najboljših vrednosti koeficientov
- Vrednosti koeficientov se morajo s časom spreminjati: **adaptivni filtri**
- Koeficienti adaptivnih filtrov se s časom spreminjajo v odvisnosti od zahtev uporabe

36. Osnovne značilnosti IIR filtrov

- so diskretni linearni sistemi, ki so definirani s pomočjo konvolucijske enačbe, zasnovane na neskončnem številu členov,
- za njih potrebujemo "neskončen" pomnilnik,
- neskončen pomnilnik dosežemo z vodenjem izhodnih vrednosti filtra nazaj na vhod filtra – rekurzivni filtri
- z njimi dosegamo mnogo bolj strme karakteristike kot s FIR filtri podobne kompleksnosti,
- "povratna vezava" IIR filtrov otežuje analizo njihovih značilnosti in njihovo načrtovanje,
- imajo podobne lastnosti kot analogni filtri – njihove koeficiente določamo s podobnimi postopki, kot jih uporabljamo pri načrtovanju analognih filtrov.

37. Osnovne značilnosti FIR filtrov

- so diskretni časovno neodvisni sistemi, kjer izhodno vrednost, ki predstavlja otipek filtriranega signala, določimo z uteženo vsoto končne množice vhodnih vrednosti, ki predstavljajo signal, ki ga želimo filtrirati,
- koeficienti utežene vsote določajo impulzni odziv filtra,
- le končno mnogo koeficientov ima vrednosti različne od nič,
- FIR filtri imajo končen pomnilnik,
- izhodna vrednost je določena kot funkcija omejenega števila vhodnih vrednosti,
- so nerekurzivni, ne potrebujejo povratne vezave tako kot IIR filtri.

38. Idealne frekvenčne karakteristike filtrov

Magnitudni odzivi idealnih štirih osnovnih tipov filtrov:

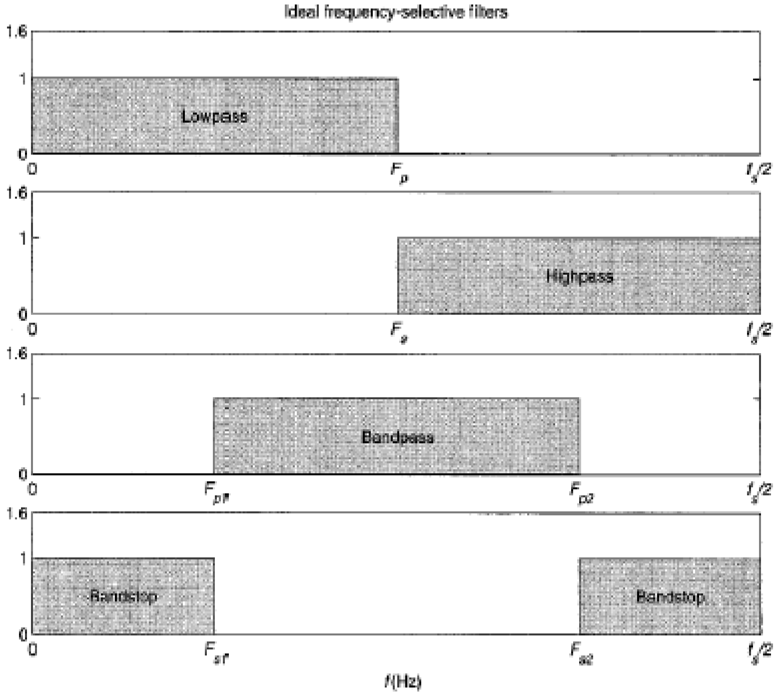
- Lowpass

---

[2] Filtri z neskončnim impulznim odzivom

[3] Filtri s končnim impulznim odzivom

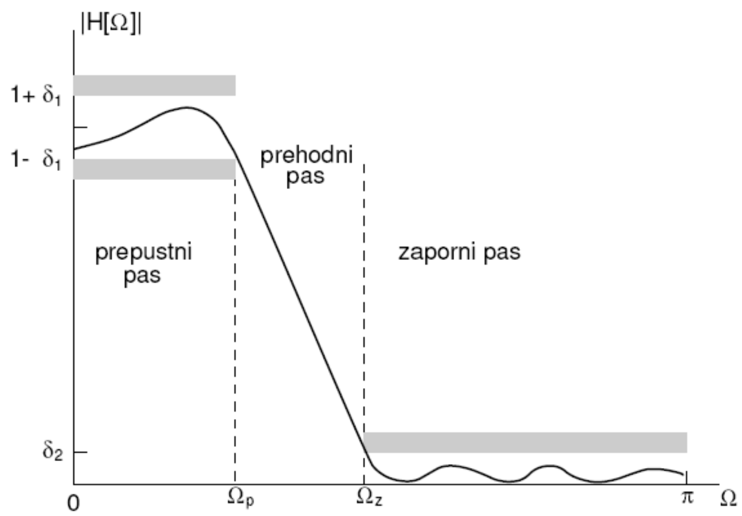
- Highpass
- Bandpass
- Bandstop



Slika 10 Idealni odzivi štirih filtrov

Pri idealnih filtrih je vredno omeniti, da so prehodi hipni medtem, ko pri realnih filtrih so ti prehodi vse-prej kot hipni in vsebujejo pasove prepustnosti.

39. Uporaba tolerančne sheme pri načrtovanju filtrov



Slika 11 Tolerančna shema filtra

S pomočjo tolerančne sheme definiramo želene lastnosti filtra.

40. Koraki načrtovanja digitalnih filtrov

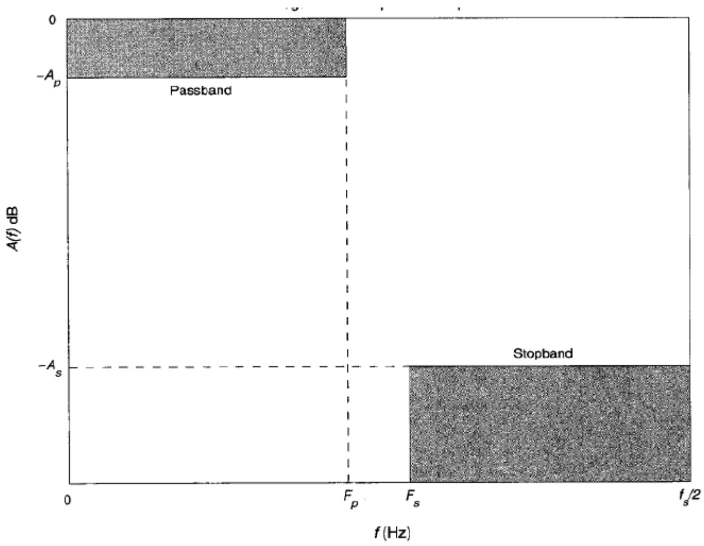
- izbira FIR ali IIR tip filtra,
- določitev reda filtra in določitev koeficientov sistemske funkcije filtra H(z),
- izbira realizacijske strukture filtra upoštevaje možne kvantizacijske napake vhodnega signala, koeficientov filtra in izhodnega signala,
- testiranje ali definiran filter zadosti postavljenim zahtevam,
- če filter ne zadosti postavljenim zahtevam, ponovimo opisan postopek z izbiro drugega tipa filtra, realizacijske strukture filtra, drugačnega reda filtra ali drugačno kvantizacijo.

41. Specifikacije logaritemskega načrtovanja

Pri logaritmični specifikaciji se željen potek magnitudnega odziva podaja v decibelih ali po dB skali:

$$A(f) = 10 \cdot \log\left\{\left|H(f)^2\right|\right\} dB \qquad (3.1)$$

Specifikacija logaritemskega načrtovanja nizko prepustnega filtra je sledeča:



Slika 12 Specifikacija logaritemskega načrtovanja filtra

Nihanje v prepustnem pasu (passband ripple) v decibelih označujemo z: A_p

Dušenje v zapornem pasu v decibelih označujemo z: A_s

dB skala omogoča boljši prikaz stopnje slablenja (attenuation) filtra v zapornem pasu.

42. Značilnosti filtrov z linearnim faznim odzivom

- vsaka spektralna komponenta se zakasni za enako vrednost, τ sekund,

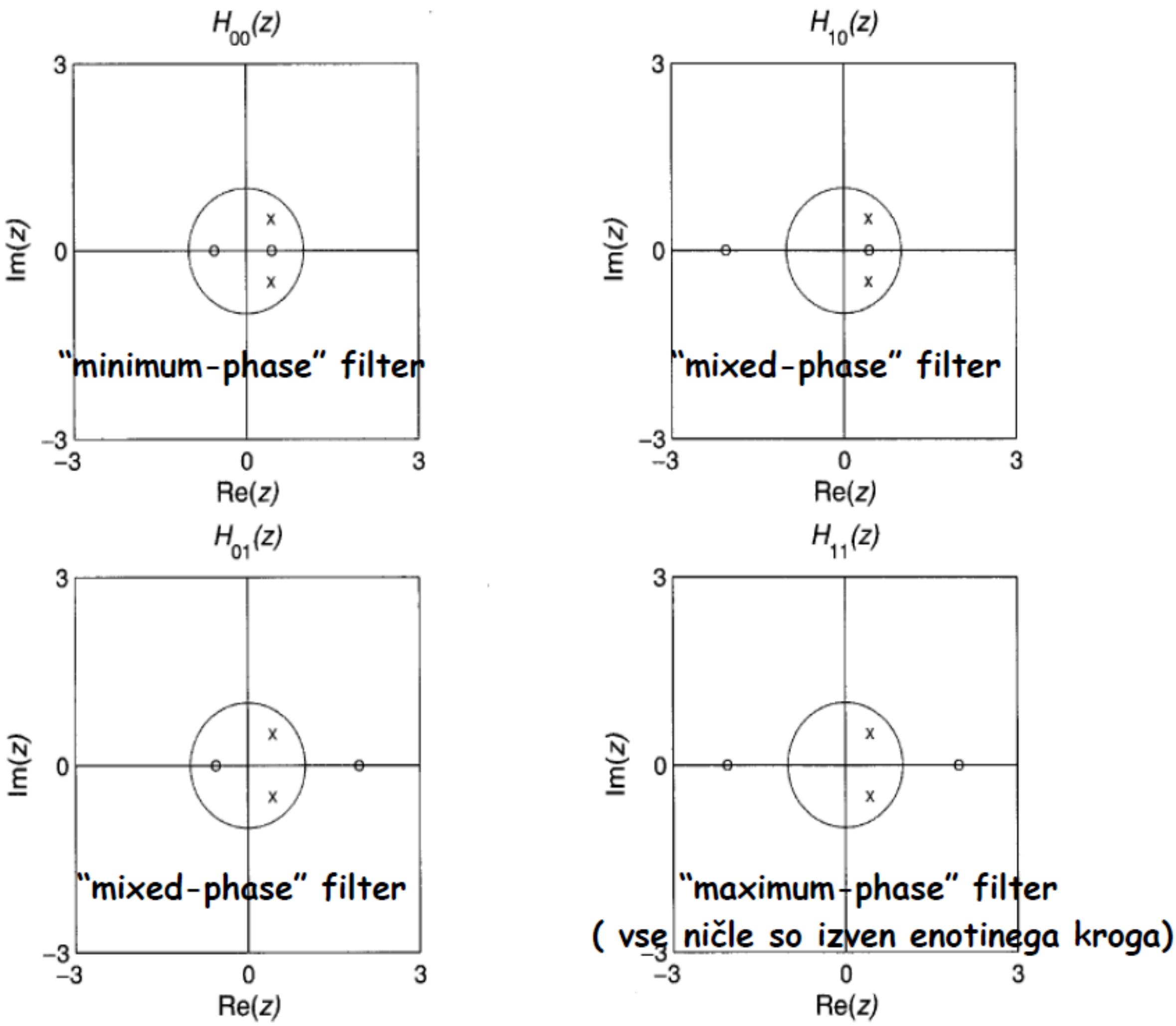
- spektralne komponente na izhodu filtra niso popačene,
- načrtovanje filtrov z linearnim faznim odzivom je dosti preprostejše v primeru FIR filtrov.

43. Značilnosti digitalnih filtrov z minimalno fazo

Magnitudni odziv ne specificira popolnoma vseh značilnosti filtrov, npr.:

- med IIR filtri, ki imajo m ničel obstaja 2^m različnih filtrov, ki imajo identičen magnitudni odziv $A(f)$

Digitalni filter s $H(z)$ je "minimum-phase" filter, če vse njegove ničle ležijo znotraj ali na enotinem krogu. V nasprotnem primeru imenujemo filter "nonminimum-phase" filter (imajo vsaj eno ničlo izven enotinega kroga)



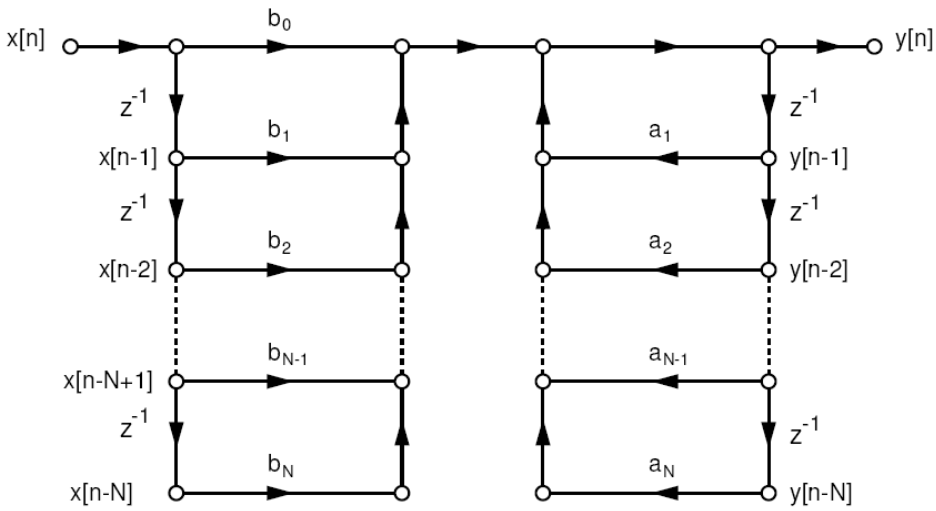
Slika 13 Enotini krogi - minimum phase filter

44. Definicija vse-prepustnega filtra

Je filter, ki prepušča vse spektralne komponente enako, ker ima raven magnitudni odziv (spremeni pa se lahko faza izhoda!).

45. Realizacijska struktura direktne oblike I izvedbe sistemske funkcije digitalnega filtra

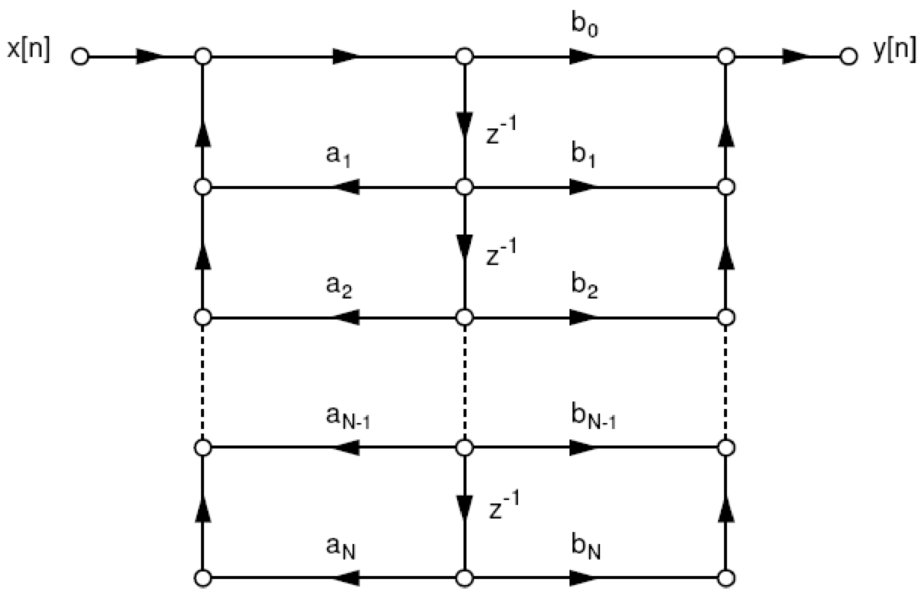
Prvi sistem predstavi ničle funkcije $H(z)$, drugi sistem predstavi pole funkcije $H(z)$.



Slika 14 Signalni graf - direktna oblika I

46. Realizacijska struktura direktne oblike II izvedbe sistemske funkcije digitalnega filtra

Signalni graf – direktna oblika; samo ena veriga zakasnitev

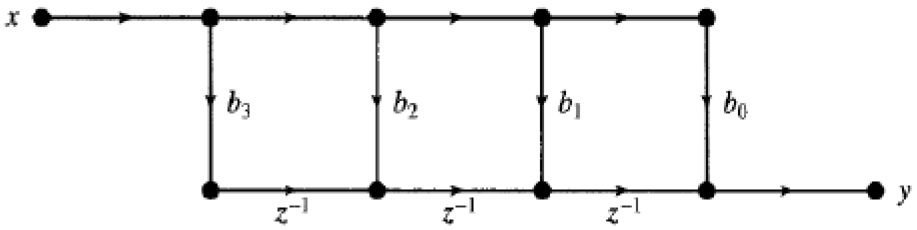


Slika 15 Signalni graf - direktna oblika II

47. Realizacijska struktura za izvedbo digitalnega FIR filtra

FIR filter m-tega reda ima prenosno funkcijo:

$$H(z) = b_0 + b_1 \cdot z^{-1} + \ldots + b_m \cdot z^{-m}$$



Slika 16 FIR filter realizacija kot »transposed tapped delay line«

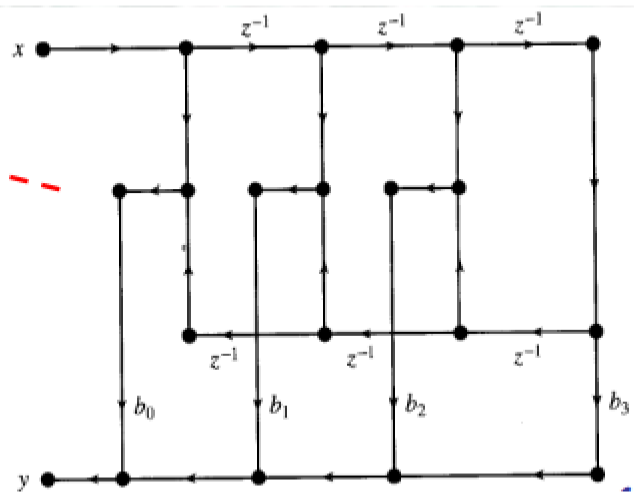
48. Realizacijska struktura FIR filtra z linearno fazo

FIR filter je lahko tudi "linear-phase" filter – za takšne FIR filtre velja glede koeficientov naslednje:

$$b_k = \pm b_{m-k}; \qquad 0 \le k \le m$$

"Linear-phase" FIR filter s sodo simetrijo in sodim redom filtra lahko predstavljamo z naslednjooptimalno diferenčno enačbo:

$$y(k) = b_r \cdot x(k-r) + \sum_{i=o}^{r-1} b_i \cdot \left[x(k-i) + x(k-m+i) \right]$$



Slika 17 Linear-phase FIR filter

49. Kaskadna realizacijska struktura digitalnega filtra

Pri razvoju kaskadne realizacijske strukture pa najprej preoblikujemo sistemsko funkcijo $H(z)$ v naslednjo obliko:

$$H(z) = \frac{b_0 \cdot (z - z_1)(z - z_2) \cdots (z - z_m)}{z^m}$$

50. Osnovne značilnosti postopka bilinearne transformacije

51. Prednosti in slabosti FIR filtrov

Prednosti:

- so nerekurzivni, ne potrebujejo povratne vezave tako kot IIR filtri.

Slabosti:

- FIR filtri imajo končen pomnilnik,

52. Prednosti in slabosti IIR filtrov

Prednosti:

- z njimi dosegamo mnogo bolj strme karakteristike kot s FIR filtri podobne kompleksnosti,

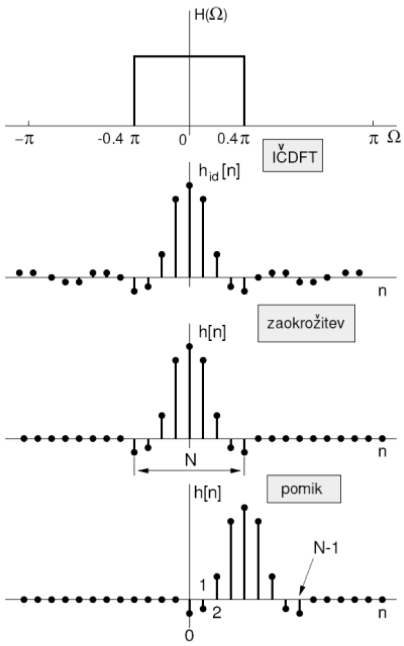
Slabosti :

- “povratna vezava” IIR filtrov otežuje analizo njihovih značilnosti in njihovo načrtovanje,
- za njih potrebujemo “neskončen” pomnilnik,

53. Uporaba Fourierjeve transformacije in oknjenja pri načrtovanju FIR filtra

Izhodišče postopka načrtovanja filtra je željen frekvenčni odziv, ki ga želimo kolikor se da natančno izvesti s pomočjo FIR filtra.

Dolžino odziva h(k) moramo omejiti na sprejemljivo število otipkov in uvesti dovolj velik pomik (zakasnitev), da dobimo vzročen odziv na enotin otipek.



Slika 18 Določitev impulznega odziva končne dolžine iz idealne karakteristike filtra

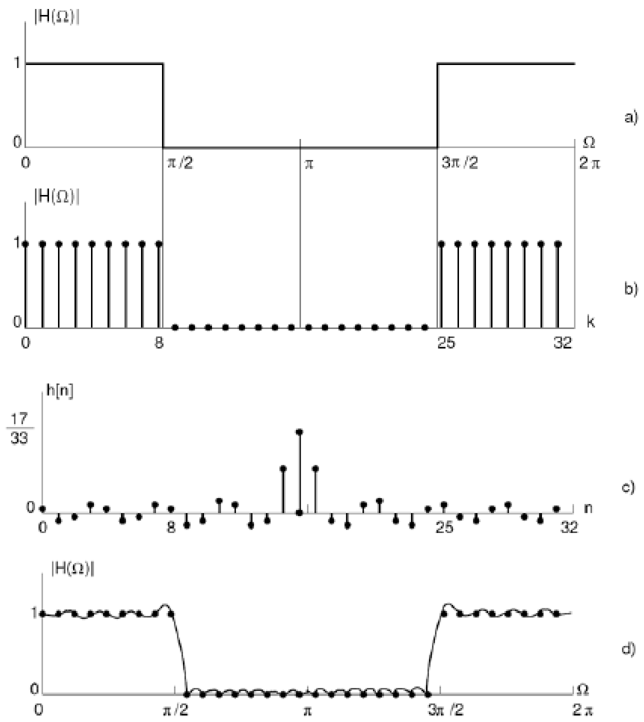
54. Osnovne značilnosti postopka frekvenčnega vzorčenja pri načrtovanju digitalnih filtrov

- alternativna tehnika načrtovanja FIR filtrov z linearnim faznim odzivom in predpisanim magnitudnim odzivom,
- ta metoda temlji na uporabi otipkov željenega frekvenčnega odziva,
- izhodišče postopka načrtovanja je naslednje dejstvo:
    - o N vrednosti odziva na enotin otipek FIR filtra lahko preslikamo s pomočjo diskretne Fourierjeve transformacije v frekvenčni prostor, kjer dobimo N vrednosti frekvenčnega odziva
    - o lahko tudi obratno:

      N otipkov frekvenčnega odziva lahko s pomočjo N-točkovne inverzne diskretne Fourierjeve transformacije določimo N vrednosti odziva na enotin otipek

$$H(f_i) = H(i), \quad 0 \le i \le N$$

$$h(k) = IDFT\{H(f_i)\}, \quad 0 \le k \le N$$



Želena frekvenčna karakteristika

vzorčimo

Vzorčena frekvenčna karakteristika

IDFT

Odziv na enotin otipek **h[n]**, določen z IDFT

DFT

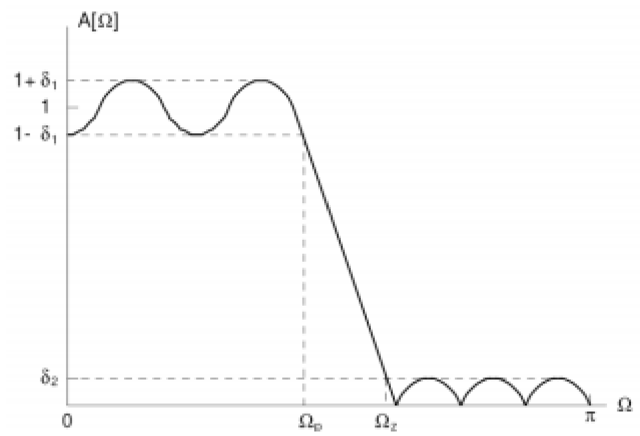
Končna amplitudna karakteristika

55. Značilnosti filtrov z enakomerno valovitostjo frekvenčne karakteristike

- pri predhodnih postopkih je največje odstopanje dejanske karakteristike filtra od idealne blizu prehodnega in v samem prehodnem področju
- določene aplikacije:

  sprejemljiva je karakteristika z bolj enakomerno porazdeljenim odstopanjem po celotnem frekvenčnem prostoru
- filtri z enakomerno valovitostjo:

  filtri s karakteristikami, kjer se maksimalna odstopanja pojavijo mnogokrat in ne samo enkrat



- maksimalno odstopanje od idealne karakteristike je manjše, kot pri FIR filtrih zgrajenimi na osnovi predhodnih postopkov,

56. Osnovne značilnosti COMB filtra

- Je ozkopasovni filter, ki ima več enako razmaknjenih prepustnih pasov, ki se začno pri $f = 0$.
- V limiti, ko gredo prepustni pasovi proti nič, je COMB filter takšen filter, ki prepušča DC, osnovno frekvenco F_0 in več pripadajočih harmonikov.
- Idealni COMB filter reda n ima naslednji frekvenčni odziv:

$$H_{comb}(f) = \sum_{i=0}^{floor\left(\frac{n}{2}\right)} \delta_0 \cdot (f - i \cdot F_0), \qquad F_0 = \frac{f_s}{n}; \qquad 0 \le f \le \frac{f_s}{2}$$

IV. Hitri postopki izračuna DFT

57. Časovno diskretna Fourierjeva transformacije – transformacijski par

Časovno-diskretna Fourierjeva Transformacija (DTFT)

- to transformacijo uporabljamo pri izračunih spektrov časovno diskretnih signalov z neskončnim trajanjem,
- Z-transformacija se lahko izvrši na poljubnem časovno-diskretnem signalu,
- spekter časovno diskretnega signala $x[n]$ definiramo z Z-transformiranko $X(z)$ ovrednoteno na enotinem krogu:

$$X(f) = X(z)\Big|_{z=e^{j2\pi fT}}; \qquad \frac{-f_s}{2} < f \le \frac{f_s}{2}$$

Časovno-diskretno Fourierjevo transformacijo ali DTFT kavzalnega časovno diskretnega signala x[n] označujemo X(f)=DTFT{x[n]} in definiramo kot:

$$X(f) = \sum_{n=0}^{\infty} x[n] e^{-jn2\pi fT}; \qquad \frac{-f_s}{2} < f \le \frac{f_s}{2}$$

58. Diskretna Fourierjeva transformacija – transformacijski par

- Je poseben primer časovno-diskretne Fourierjeve transformacije (DTFT).
- DTFT kavzalnega signala x[n] smo definirali kot:

$$X(f) = \sum_{n=0}^{\infty} x[n] e^{-jn2\pi fT}; \qquad \frac{-f_s}{2} < f \le \frac{f_s}{2}$$

59. Definicija magnitudnega in faznega spektra diskretne Fourierjeve transformacije

60. Lastnosti diskretne Fourierjeve transformacije

- Linearnost
- Periodičnost
- Simetričnost
- Lastrnost krožnega pomika
- Refleksivnost

61. Parsevalov teorem

Je koristna povezava med časovnimi signali in njihovimi transforumi

DFT oblika Parsevalovega teorema:

$$\sum_{n=0}^{N-1}\left|x\left[n\right]\right|^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1}\left|X\left(i\right)\right|^2$$

Povprečna moč:

$$P_x = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\left|x\left[n\right]\right|^2$$

Parsevalov teorem dopušča izračun povprečne moči tudi v frekvenčnem prostoru.

62. Osnovne značilnosti postopkov hitre Fourierjeve transformacije

- DFT je zelo pomembna transformacija na področju digitalnega procesiranja signalov,
- računski postopki na področju DSP se vrednotijo glede časovne in pomnilniške zahtevnosti algoritmov
- DFT N-točkovnega signala x[n] je:

$$X\left(i\right) = \sum_{n=0}^{N-1} x\left[n\right] W_N^{i \cdot n}; \qquad 0 \le i < N$$

- celotno število kompleksnih floating-point operacij – FLOPSov za izračun celotnega DFT:

$$n_{DFT} = N^2 FLOPs$$

- zahtevnost izračuna DFT narašča s kvadratom velikosti N
- obstaja implementacija, ki bistveno zmanjša računsko zahtevnost, predvsem za velike vrednosti N
- postopek se imenuje FFT algoritem (Cooley and Tukey, 1965)
- FFT algoritem je bistveno hitrejši kot direkten DFT za vse večje vrednosti N
- računska zahtevnost FFTja je bistveno manjša :

$$n_{FFT} = \frac{N \log_2(N)}{2} FLOPs$$

Zahtevnost izračuna DFT narašča s kvadratom velikosti N

V. Digitalno procesiranje signalov s signalnim procesorjem

63. Osnovni okvir izvajanja digitalnega procesiranja

64. Tipični DSP sistem

Od DSP sistemov se zahteva, da izvajajo pogoste aritmetične operacije kot so množenje in seštevanje - se lahko izvajajo na:

- mikroprocesorjih,
- mikrokrmilnikih,
- digitalnih signalnih procesorjih,
- raznih integriranih vezjih.

Izbira primerne strojne opreme je določena z aplikacijo (specifikacijo), ceno ali kombinacijo tega.

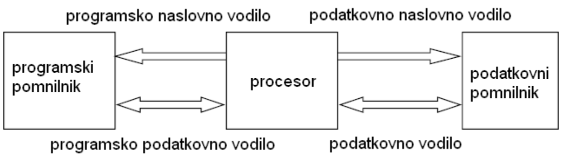
65. Operacija MAC

Hitre MAC (multiply-accumulate) enote:

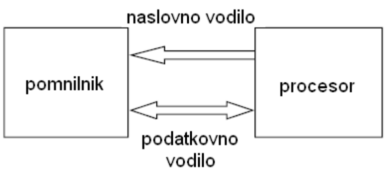
- operacije množi-seštej ali množi-shrani so zahtevane pri večini DSP funkcij za izvedbo filtriranja, hitre Fourierjeve transformacije in korelacije,
- DSP procesorji integrirajo množilnik in akumulator v eno podatkovno pot, da se MAC operacija izvede v enem inštrukcijskem ciklu,

66. Arhitekture digitalnih računalnikov (von Neuman, Harvard)

Harvardska arhitektura:



Von Newmannova arhitektura:



67. Razvojno okolje za digitalno procesiranje signalov

Uporaba programskih jezikov na visokem nivoju – MATLAB, Simulink, C/C++ ali drugi DSP programski paketi lahko bistveno zmanjšajo čas razvoja algoritmov.

68. Prednosti digitalnega procesiranja signalov

- analogne signale moramo procesirati z analogno elektroniko medtem ko računalniki ali mikroprocesorji lahko procesirajo digitalne signale
- diskretne signale učinkovito procesiramo z uporabo digitalnih metod
- digitalne tehnike so po naravi algoritmične
- na digitalnih platformah in učinkovitih algoritmih, se lahko izvaja digitalno procesiranje v realnem času
- večja prednost digitalnega procesiranja signalov je konsistentnost – za isti signal bo izhod digitalnega procesa vedno enaka vrednost izhod ni občutljiv na offset in drift elektronskih komponent
- druga pomembna prednost DSP je možnost pakiranja zelo kompleksnih digitalnih logičnih vezij na en sam čip, kar rezultira v zmanjševanju števila komponent in velikosti in zanesljivosti sistemov
- digitalno procesiranje signalov (DSP) se ukvarja z digitalno predstavitvijo signalov in uporabo digitalnih sistemov za analiziranje, modificiranje, shranjevanje ali pridobivanje informacije iz teh signalov
- v zadnjih letih je velik napredek digitalnih tehnologij omogočil implementacijo sofisticiranih DSP algoritmov za aplikacije v realnem-času
- DSP se danes uporablja ne samo na področjih, kjer so se prej uporabljale analogne metode, ampak tudi na področjih, kjer je uporaba analognih tehnik zelo težka ali celo nemogoča
- prednosti uporabe digitalnih tehnik za procesiranje signalov odtehtajo napram uporabi tradicionalnih anlognih naprav – ojačevalniki, modulatorji, filtri
- fleksibilnost:

  funkcije DSP sistema se lahko preprosto modificira in nadgradi s programsko opremo, ki implementira določeno aplikacijo
- reproduciranje:

  zmogljivost DSP sistema se lahko prenese z ene enote na drugo

  z uporabo DSP tehnik, se lahko digitalni signali (avdio, video tokovi) shranjujejo, prenašajo ali reproducirajo mnogokrat brez zmanjšanja kvalitete
- zanesljivost:

  pomnilnik in logika DSP strojne opreme se ne slabšata s staranjem – učinkovitost DSP sistemov se ne spremeni s spremenjenimi pogoji delovanja v okolici ali staranjem elektronskih komponent

- kompleksnost:

  DSP omogočajo razvoj sofisticiranih aplikacij, kot je na primer razpoznavanje govora in kompresija slike na prenosnih napravah

- velik nabor algoritmov procesiranja signalov, ki se lahko izvedejo samo z uporabo DSP sistemov – prenos podatkov, shranjevanje podatkov, kompresija podatkov itd.
- zaradi naglega razvoja polprevodniških tehnologij so DSP sistemi dosti cenejši napram analognim sistemom za večino aplikacij
- DSP algoritmi se lahko razvijajo, analizirajo in simulirajo z uporabo visoko nivojskih programskih jezikov in programskih orodij – C/C++ in MATLAB
- algoritme je moč preverjati (verifikacija) z uporabo računalnikov

69. Prednosti analognega procesiranja signalov

Omejitve DSP:

- pasovna širina DSP sistema je omejena s frekvenco vzorčenja in periferijo strojne opreme
- DSP algoritmi so implementirani z uporabo fiksnega števila bitov – omejena natančnost in omejeno dinamično območje – kvantizacijske in aritmetične napake

70. Področja uporabe DSP sistemov

DSP[4] se danes uporablja ne samo na področjih, kjer so se prej uporabljale analogne metode, ampak tudi na področjih, kjer je uporaba analognih tehnik zelo težka ali celo nemogoča

71. Vrste signalnih procesorjev kriteriji izbire signalnega procesorja za ciljno aplikacijo

	ASIC	FPGA	μP/μC	DSP processor	DSP processors with HW accelerators
Flexibility	None	Limited	High	High	Medium
Design time	Long	Medium	Short	Short	Short
Power consumption	Low	Low–medium	Medium–high	Low–medium	Low–medium
Performance	High	High	Low–medium	Medium–high	High
Development cost	High	Medium	Low	Low	Low
Production cost	Low	Low–medium	Medium–high	Low–medium	Medium

72. Načini procesiranja časovno diskretnih zaporedij

Obstaja več načinov opisovanja funkcijske relacije med celim številom n in vrednostjo časovno-diskretnega signala f(n):

---

[4] DSP – Digital Signal Processing

- o risanje vrednosti f(n) v odvisnosti od n na grafu
- o tabeliranje vrednosti v tabeli
- o definiranje zaporedja tako, da izrazimo vrednosti otipkov kot elemente množice (če ima zaporedje končno število otipkov)

$$x_1(n) = \{ 2 \quad 3 \quad 1{,}5 \quad 0{,}5 \quad -1 \quad 4 \}$$

- s puščico označimo vrednost otipka pri vrednosti n = 0 !
- Kavzalno (vzročno) zaporedje:

  zaporedje ima vrednosti elementov nič za vse n < 0

$$x_2(n) = \{ \underset{\uparrow}{1} \quad -2 \quad 0{,}4 \quad 0{,}3 \quad 0{,}4 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \}$$

- zaporedje je 0 za: $-\infty < n < 0, \quad 4 < n < \infty$