2. kolokvij iz Mat II - E

Ime in priimek:

Vpisna številka:

Nedvoumno označite pravilna nadaljevanja.

1. Skalarni produkt dveh neničelnih geometrijskih vektorjev je:
   (a) vedno različen od 0.
   (b) vedno pozitiven
   (c) vedno nenegativen
   (d) nič od tega.

2. Vektorski produkt dveh vzporednih neničelnih geometrijskih vektorjev je:
   (a) vedno $\vec{0}$.
   (b) neničelni pravokotni vektor na oba vektorja.
   (c) neničelni vzporedni vektor k tema vektorjema.
   (d) nič od tega.

3. Mešani produkt treh geometrijskih vektorjev $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$ je
   (a) $(\vec{x}\,\vec{y})\vec{z}$.
   (b) $(\vec{x} \times \vec{y}) \times \vec{z}$.
   (c) $(\vec{x} + \vec{y})\vec{z}$.
   (d) $(\vec{x} \times \vec{y})\vec{z}$.

4. Za dva pravokotna enotska geometrijska vektorja $\vec{x}$, $\vec{y}$ velja
   (a) $\vec{x}\,\vec{y} = 1$, in $|\vec{x} \times \vec{y}| = 0$.
   (b) $\vec{x}\,\vec{y} = 0$, in $|\vec{x} \times \vec{y}| = 1$.
   (c) $\vec{x}\,\vec{y} = 0$, in $|\vec{x} \times \vec{y}| = 0$.
   (d) $\vec{x}\,\vec{y} = 1$, in $|\vec{x} \times \vec{y}| = 1$.

5. Če je $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) = 0$, so neničelni vektorji $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$
   (a) vzporedni.
   (b) komplanarni.
   (c) med seboj pravokotni.
   (d) nič od tega.

6. Kot med dvema enotskima geometrijskima vektorjema je $\frac{\pi}{4}$. Potem je njun skalarni produkt:

(a) 0.

(b) $\frac{1}{2}$

(c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2

7. Enačba ravnine, ki je vzporedna $x-$osi je:

(a) $ax + by = d$.

(b) $by + cz = d$.

(c) $ax + cz = d$.

(d) nič od tega.

2

8. Enačba premice, ki je vzporedna $xy-$ ravnini je:

(a) $\frac{x-x_0}{0} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$

(b) $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{0} = \frac{z-z_0}{c}$

(c) $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{0}$.

(d) nič od tega.

9. Parcialni odvod $\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0)$ je:

(a) $\lim_{h\to 0} \frac{f(x_0+h,y_0)-f(x_0,y_0)}{h}$.

(b) $\lim_{h\to 0} \frac{f(x_0,y_0+h)-f(x_0,y_0)}{h}$

(c) $\lim_{h\to 0} \frac{f(x_0+h,y_0+h)-f(x_0,y_0)}{h}$

(d) nič od tega.

10. Naj bo $f(x, y) = e^{2x+3y}$:

(a) $\frac{\partial f}{\partial x} =$

(b) $\frac{\partial f}{\partial y} =$

(c) $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} =$

(d) $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} =$

(e) $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} =$

a) $\frac{\partial f}{\partial x} = 2e^{2x+3y}$

b) $\frac{\partial f}{\partial y} = 3e^{2x+3y}$

c) $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 4e^{2x+3y}$

d) $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 6e^{2x+3y}$

e) $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 9e^{2x+3y}$

MATEMATIKA 2

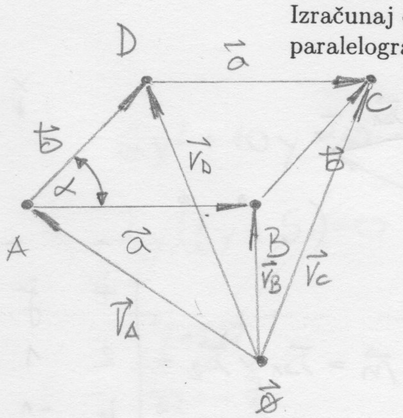
E-VS

2.test, 7. maj 2012

Ime in priimek: ______________________ vpisna št.: ______________________

Čas reševanja je 60 minut. Piši na ta list. Dovoljeni pripomočki: pisalo, en A4 list s formulami, matematični priročnik, ravnilo in kalkulator brez grafičnega zaslona. Vse ostalo (vključno z mobilnimi telefoni) mora biti pospravljeno v torbah.

1. Točke $B(5,7,2)$, $C(4,8,1)$ in $D(-1,3,2)$ naj bodo oglišča paralelograma. Izračunaj četrto oglišče A, notranji kot pri oglišču C ter obseg in ploščino paralelograma.



$\alpha, A, \sigma, S = ?$

$\vec{b} = \vec{v}_C - \vec{v}_B = (4,8,1) - (5,7,2) = (-1,1,-1)$

$\vec{a} = \vec{v}_C - \vec{v}_D = (4,8,1) - (-1,3,2) = (5,5,-1)$

$B(5,7,2) = \vec{v}_B$

$C(4,8,1) = \vec{v}_C$

$D(-1,3,2) = \vec{v}_D$

$\vec{v}_A = \vec{v}_B - \vec{a} = (5,7,2) - (5,5,-1) = (0,2,3)$

$\boxed{A(0,2,3)}$

$$\cos\alpha = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\|\vec{a}\|\cdot\|\vec{b}\|} = \frac{1}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{51}} \Rightarrow \varphi \doteq \boxed{85{,}36^\circ}$$

$\vec{a}\cdot\vec{b} = (-1,1,-1)\cdot(5,5,-1) = -5+5+1 = \boxed{1}$

$\|\vec{a}\| = \sqrt{5^2+5^2+1^2} = \sqrt{51}$

$\|\vec{b}\| = \sqrt{1^2+1^2+1^2} = \sqrt{3}$

$$\vec{a}\times\vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5 & 5 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} =$$

$= \vec{i}(-5-(-1)) - \vec{j}(\text{[illegible]})$

$+\vec{k}(5-(-5))$

$= (-4, +6, 10)$

$\sigma = 2\|\vec{a}\| + 2\|\vec{b}\|$

$\sigma = 2\sqrt{51} + 2\sqrt{3} = 2(\sqrt{51}+\sqrt{3})$

$\sigma \doteq \boxed{17{,}75}$

$S = \|\vec{a}\times\vec{b}\|$

$S_{\square} = \sqrt{4^2+6^2+10^2}$

$S = \sqrt{152} \doteq \boxed{12{,}33}$

2. Naj bosta premici p in q podani z enačbama

$p: \; \frac{x-7}{2} = y = \frac{z-1}{-2}$

$q: \; \vec{r} = (-3,1,5) + k(4,-1,-1)$

Pokaži, da premici ležita v isti ravnini in to ravnino tudi izračunaj.

$$p: \; \frac{x-7}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-2}$$

• Da premici ležita v isti ravnini, se sekata ali sta vzporedni;

- Predpostavimo, da se sekata;

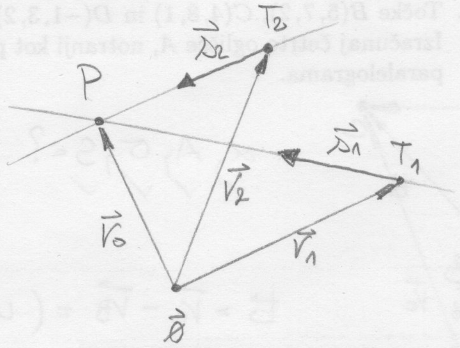
$$\vec{r}_1 = (7,0,1)$$

$$\vec{s}_1 = (2,1,-2)$$

$$q: \; \vec{r} = (-3,1,5) + k(4,-1,-1)$$

$$\vec{r}_2 = (-3,1,5)$$

$$\vec{s}_2 = (4,-1,-1)$$



$$\vec{n} = \vec{s}_1 \times \vec{s}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & -2 \\ 4 & -1 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i}(-1-2) - \vec{j}(-2-(-8)) + \vec{k}(-2-4)$$

$$= (-3,6,-6)$$

$$P: \; \vec{r}_1 + t\vec{s}_1 = \vec{r}_2 + u\vec{s}_2$$

$$(7,0,1) + t(2,1,-2) = (-3,1,5) + u(4,-1,-1)$$

$$(7+2t, t, 1-2t) = (-3+4u, 1-u, 5-u)$$

$$7+2t = 4u-3$$

$$t = 1-u$$

$$1-2t = 5-u$$

$$\Downarrow$$

$$1-2+2u-5+u=0$$

$$3u = 6$$

$$\boxed{u=2}$$

$$\Rightarrow \boxed{t=-1}$$

$$P: \; \vec{r}_1 + t\vec{s}_1 = (7,0,1) + (-2,-1,2) = \boxed{(5,-1,3)}$$

ENAČBA RAVNINE:

$$(\vec{r}_1 - \vec{r}_0) \cdot \vec{n} = 0$$

$$((7,0,1)-(x,y,z)) \cdot (-3,6,-6) = 0$$

$$(7-x, -y, 1-z) \cdot (-3,6,-6) = 0$$

$$3x - 21 + 6y - 6 + 6z = 0$$

$$3x + 6y + 6z = 27 \quad /:3$$

$$\boxed{x + 2y + 2z = 9}$$

3. Poišči in klasificiraj lokalne ekstreme funkcije

$$f(x,y) = 2y^3 + x^2y + x^2 + 5y^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2xy + 2x \Rightarrow 2x(y+1) = 0$$

$x = 0$

$y = -1$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 6y^2 + x^2 + 10y$$

x:

$6y^2 + 10y = 0$

$2y(3y+5) = 0$

$y_1 = 0$

$y_2 = -\frac{5}{3}$

y:

$6 + x^2 - 10 = 0$

$x^2 = 4$

$x_1 = 2$

$x_2 = -2$

$T_1(0,0)$

$T_2(0,-\frac{5}{3})$

$T_3(2,-1)$

$T_4(-2,-1)$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 2y + 2 : A$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 2x : B$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 12y + 10 : C$$

TOČKA	A ($2y+2$)	B ($2x$)	C ($12y+10$)	$AC - B^2$	
$(0,0)$	$2>0$	0	10	$20>0$	EKSTREM
$(0,-\frac{5}{3})$	$-\frac{4}{3}<0$	0	-10	$\frac{40}{3}>0$	EKSTREM
$(2,-1)$	0	4	-2	$-16<0$	NI EKSTREMA
$(-2,-1)$	0	-4	-2	$-16<0$	NI EKSTREMA

$T(0,0) \Rightarrow A>0 =$ MINIMUM $\quad f(0,0) = 0$

$T(0,-\frac{5}{3}) \Rightarrow A<0 =$ MAKSIMUM $\quad f(0,-\frac{5}{3}) = \frac{125}{27}$