1. kolokvij iz Mat II - E

B

Ime in priimek:

Vpisna številka:

Nedvoumno označite pravilna nadaljevanja.

1. Ali za matrično množenje velja (i) $AB = BA$ in (ii) $A(BC) = (AB)C$

   (a) (i) Da (ii) Da

   (b) (i) Da (ii) Ne

   (c) (i) Ne (ii) Da Str. 5

   (d) (i) Ne (ii) Ne

2. Produkt matrik AB izrač~~i~~unamo

   (a) tako, da zmnožimo istoležne elemente matrik A in B

   (b) tako, da skalarno zmnožimo vrstice matrike B s stolpci matrike A

   (c) tako, da skalarno zmnožimo stolpce matrike A s stolpci matrike B

   (d) tako, da skalarno zmnožimo vrstice matrike A s stolpci matrike B Str. 4

3. Homogen kvadraten sistem linearnih enačb $Ax = 0$ je netrivialno rešljiv, če

   (a) $\det(A) < 0$.

   (b) $\det(A) > 0$.

   (c) $\det(A) = 0$.

   (d) $\det(A) \neq 0$.

4. Ne~~o~~homogen kvadraten sistem linearnih enačb $Ax = b$ je enolično rešljiv, če

   (a) $\det(A) \neq 0$.

   (b) $\det(A) = 0$.

   (c) $\det(A) \leq 0$.

   (d) $\det(A) \geq 0$.

h

5. Neomogen kvadraten sistem linearnih enačb $Ax = b$ lahko ima večparametrične rešitve le, če

   (a) $\det(A) \neq 0$.
   (b) $\det(A) = 0$. No idea
   (c) $\det(A) < 0$.
   (d) $\det(A) > 0$.

6. Minor je

   (a) kvadratna matrika
   (b) zgornje trikotna matrika z ničlami na diagonali
   (c) spodnje trikotna matrika z ničlami na diagonali
   (d) determinanta Str. 26

7. Za determinante sta izjavi 1) $\det(A) = \det(A^T)$ in 2) $\det(\lambda A) = \lambda \det(A)$

   pravilo = $\det(\alpha A) = \alpha^n \det A$ če je A $n \times n$

   (a) 1) Prav 2) Prav
   (b) 1) Prav 2) Narobe Str. 25
   (c) 1) Narobe 2) Prav
   (d) 1) Narobe 2) Narobe

8. Za determinante sta izjavi 1) $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$ in 2) $\det(AB) = \det(A)\det(B)$

   (a) 1) Prav 2) Prav
   (b) 1) Prav 2) Narobe
   (c) 1) Narobe 2) Prav Str. 25
   (d) 1) Narobe 2) Narobe

9. Za determinante sta izjavi 1) $\det(A^{-1}) = \det(A)^{-1}$ in 2) $\det(I) = 0$

   $\det \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 1 \cdot 1 - 0 \cdot 0 = \underline{1}$

   (a) 1) Prav 2) Prav
   (b) 1) Prav 2) Narobe Str. 26
   (c) 1) Narobe 2) Prav
   (d) 1) Narobe 2) Narobe

10. Cramerjevo pravilo je pravilo za

   (a) računanje determinant
   (b) računanje rešitev homogenega sistema
   (c) računanje enolične rešitve nehomogenega sistema Str. 28
   (d) računanje večparametričnih rešitev nehomogenega sistema

MATEMATIKA 2
E-VS
1.test, 26.03.2012

Ime in priimek: ____________________vpisna št.: ____________________

Čas reševanja je 60 minut. Piši na ta list. Dovoljeni pripomočki: pisalo, en A4 list s formulami, matematični priročnik, ravnilo in kalkulator brez grafičnega zaslona. Vse ostalo (vključno z mobilnimi telefoni) mora biti pospravljeno v torbah.
Posojanje pripomočkov ni dovoljeno!

---

1. [6T] Reši sistem linearnih enačb s pomočjo Gaussove metode:

$$\begin{aligned} 3x + 4y + z + t &= 3 \\ 6x + 8y + 2z + 5t &= 7 \\ 9x + 12y + 3z + 10t &= 13 \end{aligned}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 3 & 4 & 1 & 1 & 3 \\ 6 & 8 & 2 & 5 & 7 \\ 9 & 12 & 3 & 10 & 13 \end{array}\right] /\cdot(-2)\ /\cdot(-3) \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 3 & 4 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & 4 \end{array}\right] \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow 3t = 1 \Rightarrow t = \frac{1}{3} \\ \rightarrow 7t = 4 \Rightarrow t = \frac{4}{7} \end{array} \neq ↯$$

Sistem ni rešljiv, je protisloven.

2. [7T] Reši matrično enačbo

$$\underset{A}{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}} \mathbf{X} \underset{B}{\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}} = \underset{C}{\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}}$$

$$AXB = C \quad A^{-1}\backslash$$

$$\underbrace{IX}_{X}B = A^{-1}C \quad /\cdot B^{-1}$$

$$\underbrace{XI}_{X} = A^{-1}CB^{-1}$$

$$X = A^{-1}CB^{-1}$$

$$\begin{array}{c} \quad A \qquad\qquad I \\ \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 5 & 6 & 0 & 1 \end{array}\right] \end{array} /\cdot(-5) \sim$$

$$\sim \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 1 \end{array}\right] /\cdot(-1) \sim \begin{array}{c} \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 6 & -1 \\ 0 & 1 & -5 & 1 \end{array}\right] \\ \quad I \qquad\qquad A^{-1} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \quad B \qquad\qquad I \\ \left[\begin{array}{cc|cc} 4 & 2 & 1 & 0 \\ 7 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right] \end{array} \begin{array}{l} /\cdot(-7) \\ /\cdot 4 \end{array} \sim \left[\begin{array}{cc|cc} 4 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -7 & 4 \end{array}\right] \sim$$

$$\sim \left[\begin{array}{cc|cc} 4 & 0 & -6 & 4 \\ 0 & -2 & -7 & 4 \end{array}\right] \begin{array}{l} /:4 \\ /:(-2) \end{array} \sim \begin{array}{c} \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -\frac{3}{2} & 1 \\ 0 & 1 & +\frac{7}{2} & -2 \end{array}\right] \\ \quad I \qquad\qquad B^{-1} \end{array}$$

$$X = A^{-1}CB^{-1}$$

$$A^{-1}C = \begin{bmatrix} 6 & -1 \\ -5 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 16 \\ 7 & -14 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1}CB^{-1} = \begin{bmatrix} -8 & 16 \\ 7 & -14 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & 1 \\ \frac{7}{2} & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 68 & -40 \\ -\frac{119}{2} & 35 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 136 & -80 \\ -119 & 70 \end{bmatrix} = X$$

$$\frac{24}{2} + \frac{112}{2} = \frac{136}{2} = 68$$

$$-8 - 32 = -40$$

$$-\frac{21}{2} - \frac{98}{2} = -\frac{119}{2}$$

$$7 + 28 = 35$$

3. [7T] Podana je matrika

$$\mathbf{A}(x) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2x & 1 & -1 \\ 0 & x & 3 \end{bmatrix}$$

S pomočjo determinante ugotovi, za katere $x \in \mathbb{R}$ matrika $\mathbf{A}(x)$ ni obrnljiva! Nato izračunaj $\mathbf{A}^{-1}(2)$.

množi po stolpcu

$$\det A(x) = \begin{array}{c} \\ + \\ - \\ + \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} + & - & + \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2x & 1 & -1 \\ 0 & x & 3 \end{bmatrix} \end{array} = 3-(-x) - 2x(6-(-x)) = 3 + x - 12x - 2x^2$$

$$= -2x^2 - 11x + 3$$

$$\underbrace{x_{1,2} = \frac{11 \pm \sqrt{145}}{-4}}$$

Za ti dve rešitvi matrika $A(x)$ ni obrnljiva.

$$A(2) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix} \qquad \det A(2) = 3-(-2) - 4(6-(-2)) = 5 - 32 = \underline{\underline{-27}}$$

$$A^{-1}_{ij} = \frac{1}{\det A_{ij}} \cdot \tilde{A}^{T}_{ij}$$

$$A_{11} = (-1)^2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = 3-(-2) = 5$$

$$A_{12} = (-1)^3 \cdot \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = -12$$

$$A_{13} = (-1)^4 \cdot \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = 8$$

$$A_{21} = (-1)^3 \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = -8$$

$$A_{22} = (-1)^4 \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = 3$$

$$A_{23} = (-1)^5 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = -2$$

$$A_{31} = (-1)^4 \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = -1$$

$$A_{32} = (-1)^5 \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} = -1-(-4) = -3$$

$$A_{33} = (-1)^6 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} = 1 - 8 = -7$$

$$\underline{\underline{A^{-1} = \frac{1}{-27} \cdot \begin{bmatrix} 5 & -8 & -1 \\ -12 & 3 & -3 \\ 8 & -2 & -7 \end{bmatrix}}}$$

4. Dodatna naloga [$4T$]

Podani sta matriki

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -2 \\ -1 & 5 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & -2 & 6 \\ 5 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Izračunaj matriko **C**, ki je produkt matrik **A** in **B**.

$$\underset{\underbrace{3\,2\,3}_{\times}\,3}{A\,B} \sim \text{produkt ne obstaja}$$

$$\underset{3\;3\;3\;2}{B\;A} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & -2 & 6 \\ 5 & 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -2 \\ -1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & -3 \\ -2 & 38 \\ 17 & 3 \end{bmatrix}$$

$9+2+1=12$

$6-4-5=-3$

$6-2-6=-2$

$4+4+30=38$

$15+1+1=17$

$10-2-5=3$