Množice

Podmnožica

$$A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x: (x \in A \Rightarrow x \in B)$$

AB enaki

$$A \subset B \Leftrightarrow A \subseteq B \wedge B \subseteq A$$

Prava podmnožica

$$A \subset B \Leftrightarrow A \subseteq B \wedge A \neq B$$

Prazna množica

Oznaka: $\emptyset$ **ali** $\{\ \}$

$$\{\emptyset\} - ni\ prazna\ množica!\ Vsebuje\ element\ \emptyset!$$

Moč množice

Je število elementov množice.

Operacije

Presek, unija in brez

- $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$
  - $\cap$ – presek
  - $\wedge$ – in
- $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$
  - $\vee$ – ali
- $A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$
  - $\setminus$ – brez

Komplement množice

$$A^C = \{x, x \in \mathcal{U} \wedge x \notin A\} = \mathcal{U} \setminus A$$

Preproste lastnosti operacij

$$A \subseteq A \cup B, B \subseteq A \cup B$$
$$A \cap B \subseteq A, A \cap B \subseteq B$$
$$A \cap A = A = A \cup A$$
$$A \cup \emptyset = \emptyset, A \cup \emptyset = A$$
$$A \cap \mathcal{U} = A, A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$$

Komutativnost preseka in unije

$$A \cap B = B \cap A, A \cup B = B \cup A$$

Asociativnost preseka in unije

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$
$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

Distributivnost preseka in unije

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$
$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

Demorganova zakona

$$(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$$
$$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$$

$$\{\quad\} - označujemo\ elemente$$
$$(\quad) - označujemo\ urejen\ par$$

Kartezični produkt

$$AxB = \{(a, b), a \in A \wedge b \in B)\}$$

Kartezični produkt tvori urejene pare!

Potenčna množica

Je množica vseh podmnožic množice.

$$A = \{1, 2, 3\}$$
$$\mathcal{P}(A) = \{\{\quad\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}, \{4, 5\}, A\}$$

$$|A| = n \Longrightarrow |\mathcal{P}(A)| = 2^n$$

Komutativnost – zamenjava

Asociativnost – zamenjava vrstnega reda

Enota za množenje – ki ne spremeni vrednosti (1*m=m)

Distributivnost – množenje vsakega z vsakim

$$\mathbb{N} \Longrightarrow \mathbb{Z} \Longrightarrow \mathbb{Q} \Longrightarrow \mathbb{R} \Longrightarrow \mathbb{C}$$

Decimalen zapis

Vsako realno število nima enolično decimalno predstavitev, saj velja, da 1,000 in 0,999 predstavljata enako realno število:

$$x = 0,\dot{9}$$
$$10x = 9,\dot{9}$$
$$9x = 9$$
$$x = 1,000 \ldots$$

Urejenost množic

Tranzitivnost

$$a > b\ in\ b > c\ je\ a > c$$

Zakon trihotomije

Za a in b obstajajo tri možnosti

$$a > b$$
$$a < b$$
$$a = b$$

Intervali

Okolica točke

Interval dveh števil ima še nekje točko okoli katere je okolica točke. Interval, ki ima to točko na sredini ima epsilon okolica (- in +).

Absolutna vrednost

$$|x| = \begin{cases} x, x \geq 0 \\ -x, x < 0 \end{cases}$$

Geometrijsko pomeni $|x|$ razdaljo od središča!

$$1 < |x + 1| < 2$$

Iščemo takšne x, ki so od točke 1 oddaljeni za minimalno 1 in maksimalno 2.

Potence in koreni

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$
$$\sqrt[n]{a} = x \Leftrightarrow x^n = a$$

Kompleksna števila

$$i = \sqrt{-1}$$
$$(0, 1) - imaginarna\ enota$$
$$i = (0, 1)$$
$$i^2 = (0, 1)(0, 1) = (-1, 0) = -1$$

$$z = (a, b) - komp.št.\ je\ urejen\ par$$
$$z = a + ib$$
$$z\bar{z} = a^2 + b^2$$

Operacije

$$z * w = (ac - bd, ad + bc)$$
$$z + w = (a + c, b + d)$$
$$nevtralni\ element = 0$$
$$z^{-1} = inverzni\ ali\ obratni\ element$$
$$z * z^{-1} = (a, b)\left(\frac{a}{a^2 + b^2}, \frac{-b}{a^2 + b^2}\right) = (1, 0)$$

Absolutna vrednost kompleksnega števila

$$\sqrt{z\bar{z}} = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}, z = a + ib$$
$$|\bar{z}| = |z|$$

Geometrijska interpretacija in polarni zapis

$$|z| = r$$

Kot fi, ki ga oklepa vektor z abscisno osjo od izhodišča točke Z je argument kompl. št.

$$\varphi = \arg(z)$$
$$tan\varphi = \frac{b}{a}$$
$$cos\varphi = \frac{a}{|z|}$$
$$sin = \frac{b}{|z|}$$

$$z = a + ib = |z|cos\varphi + |z|isin\varphi$$
$$z = |z|(cos\varphi + isin\varphi)$$

$$e^{i\varphi} = cos\varphi + isin\varphi$$

$$tan\varphi = \frac{b}{a} \Longrightarrow \varphi = arc\ tg\frac{b}{a} + k\pi$$

Izračunaš fi, nato oddaljenost r oz. |z|, spraviš v osnovni polarni zapis $z = |z|(cos\varphi + isin\varphi)$ ter popraviš kvadrant s faktorjem $k\pi$ če je potrebno.

Potenciranje kompleksnih števil

$$z^n = r^n\big((\cos(n\varphi) + isin(n\varphi)\big)$$

z^{30}: izračunaš|z| nato v polarni zapis ter potenciraš po zgornjem pravilu.

Korenjenje kompleksnih števil

$$z^n = w \Leftrightarrow z = \sqrt[n]{w}$$

$$n \in \mathbb{N}, w \in \mathbb{C}$$
$$Z_k = \sqrt[n]{|z|}\left(\cos\frac{k2\pi + \varphi}{n} + isin\frac{k2\pi + \varphi}{n}\right), k \in \mathbb{Z}$$

$$k - različne\ rešitve\ za\ števila\ k\ do\ k = n - 1$$

$$\bar{z} = r = (cos\varphi + isin\varphi)$$
$$Re_z = r\cos\varphi$$
$$Im_z = r\sin\varphi$$

$$\varphi = arc\ tg\frac{Im}{Re} + k\pi$$