DOMAČE NALOGE IZ PREDMETA
MATEMATIKA 2
E-VS

1. Pokončna piramida $ABCDS$ (vrh S in pravokotnik $ABCD$ kot osnovna ploskev) je podana z vektorji $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$ in $\vec{c} = \overrightarrow{AS}$. Izrazi z $\vec{a}$, $\vec{b}$ in $\vec{c}$ vektor na višini piramide in vektorje na višinah stranskih ploskev.

2. Podani so vektorji $\vec{a} = (1, 0, 2)$, $\vec{b} = (2, 1, 1)$ in $\vec{c} = (1, \alpha, 0)$. Določi parameter α tako, da bodo linearno odvisni.

   $[R : \alpha = \frac{2}{3}]$

3. Dokaži, da se v poljubnem trikotniku težiščnice sekajo v razmerju $1 : 2$.

4. V kocki $ABCDEFGH$, določeni z vektorji $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$ in $\vec{c} = \overrightarrow{AE}$, izračunaj kot med vektorjema $\overrightarrow{AG}$ in $\overrightarrow{BG}$. Pri tem imamo podano tudi dolžino stranice kocke $\|\vec{a}\| = \|\vec{b}\| = \|\vec{c}\| = a$.

   $[R : \varphi = \arccos \frac{2}{\sqrt{6}} = 35,26^o]$

5. V prostoru je dan trikotnik z oglišči $A(-2, -4, 3)$, $B(0, 5, 5)$ in $C(6, -1, 0)$. Izračunaj:

   (a) velikost kota pri oglišču A. $[R : \alpha = \arccos \frac{37}{\sqrt{89}\sqrt{82}} = 64,33^o]$

   (b) dolžino težiščnice na stranico c. $[R : \frac{1}{2}\sqrt{69}]$

   (c) ploščino trikotnika ABC. $[R : \frac{77}{2}]$

6. (*) Dokaži, da za vektorje $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c} \in \mathbb{R}^3$ velja:

   $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{b} + \vec{c}$, $\vec{c} + \vec{a}$ so nekomplanarni $\Leftrightarrow$ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ so nekomplanarni.

   [Namig: uporabi mešani produkt in njegove lastnosti]

7. Izračunaj kot med ravninama $y - \sqrt{3}x - 7 = 0$ in $y = 0$. $[R : \varphi = \frac{\pi}{3}]$

8. Pokaži, da premici $p_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1}; z = 0$ in $p_2 : \vec{r} = (2, -1, 1) + t(1, 1, 2)$ ležita v isti ravnini - imenuj jo Π. Izračunaj še kot med premicama p_1 in p_2 in enačbo ravnine Π. $[R : P(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}, 0),\ \ \alpha = \frac{\pi}{2},\ \ \Pi : x + y - z = 0]$

9. Točke $A(0, -1, 1)$, $B(2, 1, -1)$ in $C(-2, 0, 0)$ naj bodo oglišča paralelograma. Določi četrto odlišče D ter izračunaj notranji kot pri oglišču A in ploščino paralelograma.

10. Pokaži, da premici p_1: $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1}, z = 0$ in p_2: $\overrightarrow{r} = (2, -1, 1) + t(1, 1, 2)$ ležita v isti ravnini, imenuj jo Π. Izračunaj presečišče in kot med premicama p_1 in p_2 ter enačbo ravnine Π.

11. Izračunaj parcialne odvode prvega in drugega reda:

(a) $f(x,y) = x^5 - 6x^3y^2 - y^4x$

(b) $f(x,y) = y - x\mathrm{e}^y + x$

(c) $f(x,y) = \arctan(\frac{y}{x})$

(d) $f(x,y) = \ln(x + y^2)$

(e) $f(x,y) = \arctan\left(\frac{x+y}{1-xy}\right)$

(f) $f(x,y,z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

(g) $f(x,y,z) = (\frac{x}{y})^z$

12. Poišči in klasificiraj lokalne ekstreme naslednjih funkcij:

(a) $f(x,y) = x^3 + y^2 - 6xy - 39x + 18y$

$[R : T_1(1,-6)$ ni ekstrema, $T_2(5,6)$ minimum $]$

(b) $f(x,y) = y^2 - x^2y + 3x^2 - 4$

$[R : T_1(0,0)$ minimum, $T_2(\sqrt{6},3), T_3(-\sqrt{6},3)$ ni ekstrema $]$

(c) $f(x,y) = x3 + y^3 - 3xy$
$[R : T_1(0,0)$ ni ekstrema, $T_2(1,1)$ minimum $]$