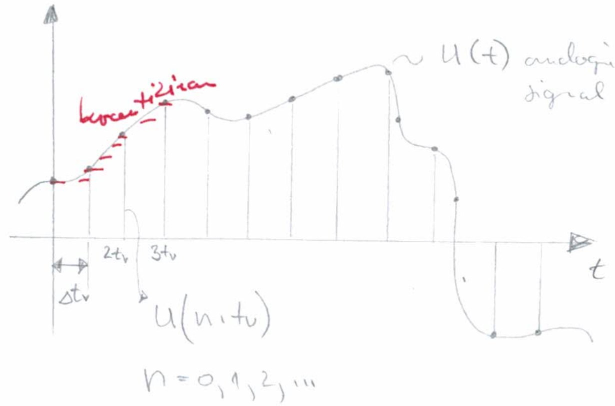
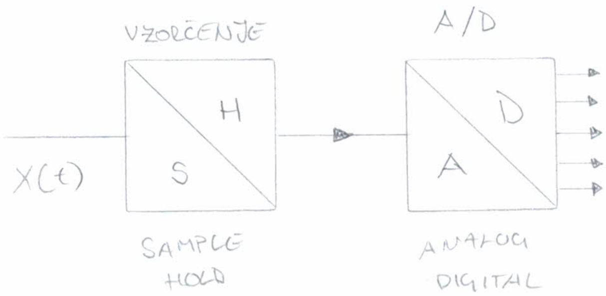
SIGNALI IN NJIHOVA OBRAVNAVA

ČAS t / VREDNOST SIGNALA	ČASOVNO ZVEZNI SIGNALI	ČASOVNO DISKRETNI SIGNALI
ZVEZNE VREDNOSTI SIGNALA	ANALOGNI SIGNAL → VZORČ. ↓ KVANTIZACIJA	VZORČENI SIGNAL; hkrati vzor. in kvantizacija
DISKRETNE VREDNOSTI SIGNALA	KVANTIZIRANI SIGNAL	DIGITALNI SIGNAL; PEKODIRANJE ↑ ↓ KODIRANJE
VREDNOST 1 IN Ø		BINARNI SIGNAL



digitalni - vzorčen in kvantiziran hkrati



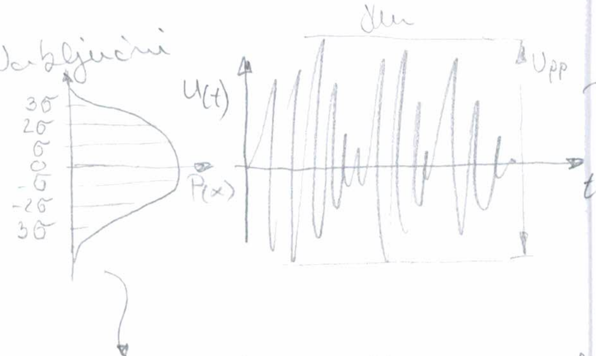
Signali:

- Periodični

- Neperiodični

(A-periodični)

- Naključni



~ opisujejo s statistiko

$\overline{U_n(t)} = \emptyset$ povprečna

$U_n = \sigma = \frac{U_{PP}}{\sigma}$

±3σ - 99,7% vseh amplitud

±2σ - 95,4%

±σ - 68,3%

ANALIZE NAKLJUČNIH SIGNALOV

- Srednja vrednost
- Standardni odklon
- Maksimum
- Minimum

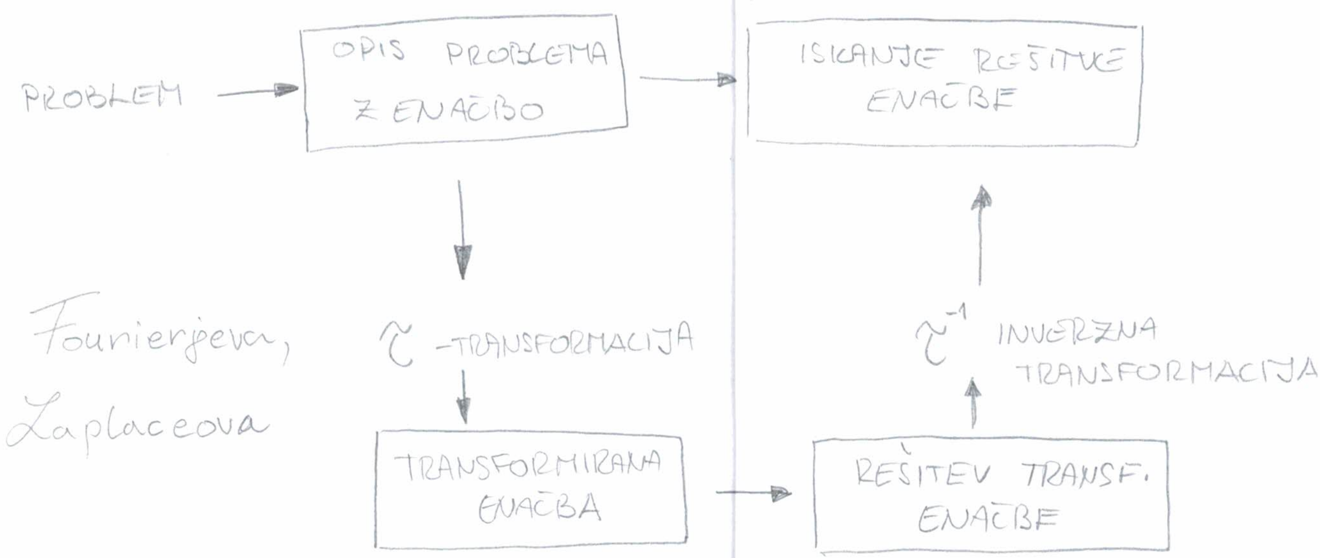
Analiza v časovnem prostoru

- korelacija
- kovariacija
- impulzni odziv

Analiza v frekvenčnem prostoru

- Spekter
- Spektralna gostota moči
- Frekvenčni odziv

UPORABA TRANSFORMACIJ



FOURIERJEVA TRANSFORMACIJA

Osnova je Fourierjev integral s katerim lahko opišemo periodične in neperiodične funkcije, a le ko funkcija izpolnjuje Dirichletov pogoj, ki pravi, da mora biti funkcija konvergentna. Konvergentna takrat, ko:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|\, dt \rightarrow \text{konvergira}$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega(t-\tau)} \cdot f(\tau) \cdot d\omega\, d\tau$$

nezveznost funkcije $\longrightarrow$ v točkah nezveznosti

$$\frac{f(t+0)+f(t-0)}{2}=\frac{1}{\pi}\int_{0}^{+\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)\cdot\cos[\omega(t-\tau)]\,d\tau$$

ENAKOVREDNE PREDSTAVITVE

(1.) $$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)\cdot\cos[\omega(t-\tau)]\,d\omega\,d\tau$$

(2.) $$f(t)=\int_{0}^{\infty}[a(\omega)\cdot\cos(\omega t)+b(\omega)\cdot\sin(\omega t)]\,d\omega$$

$$a(\omega)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\cdot\cos(\omega t)\,dt$$

$$b(\omega)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\cdot\sin(\omega t)\,dt$$

(3.) $$f(t)=\int_{0}^{\infty} A(\omega)\cdot\sin(\omega t+\varphi(\omega))\,d\omega$$

(sinusna F.T.)

$$A(\omega)=\sqrt{a^2(\omega)+b^2(\omega)}$$

$$\cos\psi(\omega)=\frac{a(\omega)}{A(\omega)}$$

$$\sin\psi(\omega)=\frac{b(\omega)}{A(\omega)}$$

$$\varphi(\omega)=\psi(\omega)+\frac{\pi}{2}$$

$$\cos\varphi(\omega)=\frac{b(\omega)}{A(\omega)}$$

$$\sin\varphi(\omega)=\frac{a(\omega)}{A(\omega)}$$

Fourierjeva vrsta – periodični signali

Fourierjev integral – ——— || ——— in neperiodični a ne naraščajoči!

Fourierjeva transformacija

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega\tau} \cdot f(\tau)\,d\tau = \mathcal{F}\{f(t)\}$$

je smiselno samo če velja, da je:

$$|F(\omega)| \le \int_{-\infty}^{\infty} |e^{-j\omega t} \cdot f(t)|\,dt \le \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|\,dt$$

(transformiranka mora biti omejena)

$$\lim F(\omega) = 0 \qquad |\omega| \to 0$$

Inverzna Fourierjeva transformacija $\mathcal{F}^{-1}$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t} \cdot F(\omega)\,d\omega$$

$$e^{j\omega\tau} = \cos(\omega\tau) + j\sin(\omega\tau)$$

sinusna F.T.

kosinusna F.T.

Sinusna: $F_s(\omega) = F_s\{f(t)\} = \int^{\infty} f(t) \cdot \sin(\omega t)\,dt$

Kosinusna: $F_c(\omega) = F_c\{f(t)\} = \int_{0}^{\infty} f(t) \cdot \cos(\omega t)\,dt$

$$F(\omega) = \mathcal{F}\{f(t)\} = F_c\{f(t) + f(-t)\} - jF_s\{f(t) - f(-t)\}$$

Poljubno periodično funkcijo lahko zapišemo kot vsoto periodičnih sinusnih funkcij.

$$f(t) = f(t+\tau)$$

Dirichletovi pogoji

1. Povprečna vrednost v periodi je omejena
2. Maksimalna in minimalna vrednost funkcije sta omejeni
3. Znotraj periode je končno število nezveznosti!

Fourierjeva vrsta

$$f(t) = \frac{1}{2}a_0 + a_1 \cdot \cos(\omega t) + a_2 \cdot \cos(\omega t) + a_3 \cdot \cos(\omega t) + \dots$$
$$+ b_1 \cdot \sin(\omega t) + b_2 \cdot \sin(\omega t) + b_3 \cdot \sin(\omega t) + \dots$$

Koeficienti:

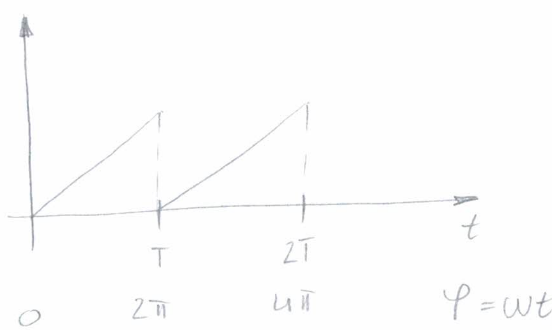
$$a_n = \frac{\omega}{\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} f(t) \cdot \cos(n\omega t)\,dt = \frac{2}{T} \int_0^{T} f(t) \cdot \cos(n\omega t)\,dt$$

$$b_n = \frac{\omega}{\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} f(t) \cdot \sin(n\omega t)\,dt = \frac{2}{T} \int_0^{T} f(t) \cdot \sin(n\omega t)\,dt$$

2. oblika

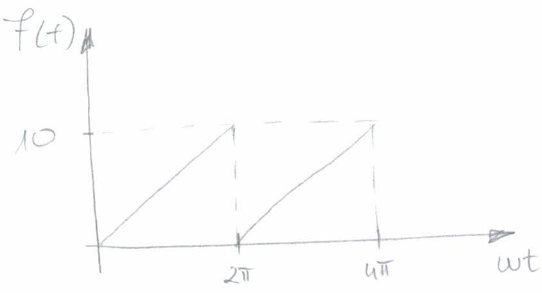
$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(t) \cdot \cos(n\omega t)\,d(\omega t)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(t) \cdot \sin(n\omega t)\,d(\omega t)$$



$\cos(n\omega t)$ in $\sin(n\omega t)$ so nekolinearne (ortogonalne (pravokotne ena na drugo))

Zgled:



$f(t) = \frac{10}{2\pi} \cdot \omega t$ nezveznost pri $\omega t = n \cdot 2\pi$; $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

povprečna vrednost je: $\frac{1}{2} a_0 = 5$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\cancel{10}^{\,5}}{2\pi} \cdot \omega t \right) \cdot \cos(n\omega t)\, d(\omega t)$$

$$= \frac{5}{\pi^2} \left[\frac{\omega t}{n} \cdot \sin(n\omega t) + \frac{1}{n^2} \cos(n\omega t) \right]_0^{2\pi}$$

$$\underbrace{= \frac{5}{\pi^2 n^2} \left(\cos(n 2\pi) - \cos(0) \right) = \emptyset \quad \text{za vse } n \in \mathbb{N}}_{\text{Funkcija ne vsebuje cos komponent}}$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{10}{2\pi} \omega t \right) \cdot \sin(n\omega t)\, d(\omega t)$$

$$= \frac{5}{\pi^2} \left[-\frac{\omega t}{n} \cdot \cos(n\omega t) + \frac{1}{n^2} \sin(n\omega t) \right]_0^{2\pi}$$

$$= \frac{-10}{\pi n}$$

$$f(t) = \overset{(\frac{1}{2}a_0)}{5} - \frac{10}{\pi} \cdot \sin(\omega t) - \frac{10}{2\pi} \sin(2\omega t) - \frac{10}{3\pi} \sin(3\omega t) - \dots$$

$$= 5 - \frac{10}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\omega t)}{n}$$

Z Laplace lahko opišemo od nekega trenutka naprej, pred tem ne moremo z Laplace.

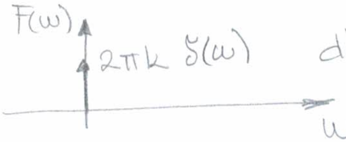
SIGNALI IN NJIHOVI TRANSFORMI

1. Konstanta

$$f(t) = k \quad \text{za } \forall t$$

↓

F. transf.



dirakov impulz

2. Enotina stopnica (funkcija) (u(t))

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{za } t<0 \\ 1 & \text{za } t>0 \end{cases}$$

↓

$$u(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(\omega t)}{\omega}\, d\omega;$$

Laplace

↓

$$u(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{+j\infty} \frac{e^{pt}}{t}\, dp$$

$$p = \alpha + j\omega$$

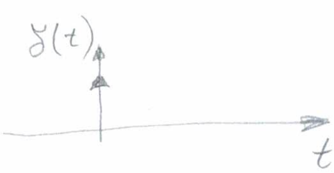
↓

F. transf.

$$F[u(t)] = \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$$

$$\mathcal{L}\{u(t)\} = \frac{1}{p}$$

3. Enotin impulz



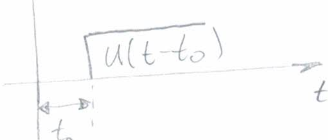
$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & \text{če je } t \neq \varnothing \\ \infty & \text{če je } t = \varnothing \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)\, dt = 1$$

↓

F. transf.

$$\frac{du(t)}{dt} = \delta(t)$$



Konvolucija funkcije $f(t)$ z diracovim impulzom $\delta(t)$ je enaka funkciji pri $t = \varnothing \to \omega$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot \delta(t)\, dt = f(0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot \delta(\tau - t)\, dt = f(\tau)$$

11. Sinusoida

ω_1 - konkretno izbrana f

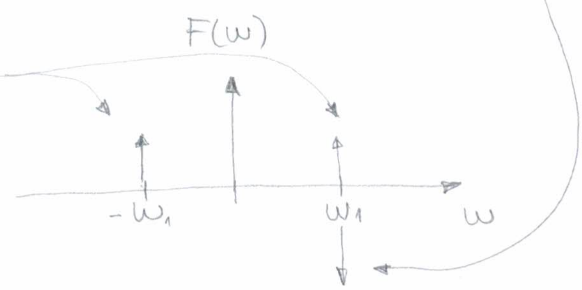
splošna f

$$f(t) = A \cdot \cos(\omega t) \qquad \mathcal{F}\{A \cos(\omega_1 t)\} = A \cdot \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{j\omega_1 t} + e^{-j\omega_1 t}}{2} \cdot e^{-j\omega t}}_{\text{Eulerjev obrazec}}$$

$\mathcal{F}$

$$\mathcal{F}\{A \cdot \cos(\omega_1 t)\} = A \pi \left[\delta(\omega - \omega_1) + \delta(\omega + \omega_1)\right]$$

$$\mathcal{F}\{A \cdot \sin(\omega_1 t)\} = jA\pi \left[\delta(\omega - \omega_1) + \delta(\omega + \omega_1)\right]$$



$\mathcal{L}$

$$\mathcal{L}\{A \cdot \cos(\omega_1 t)\} = \int_0^{\infty} A \cdot \cos(\omega_1 t) \cdot e^{-pt}\, dt$$

$$= \int_0^{\infty} A \cdot \frac{p}{p^2 + \omega_1^2}$$

$$\mathcal{L}\{A \cdot \sin(\omega_1 t)\} = A \cdot \frac{\omega_1}{p^2 + \omega_1^2}$$