



UNIVERZA V MARIBORU



FAKULTETA ZA ELEKTROTEHNIKO,
RAČUNALNIŠTVO IN INFORMATIKO
2000 Maribor, Smetanova ul. 17

Študij. leto: 2011/2012

Skupina: 9

MERITVE

LABORATORIJSKE VAJE

Vaja št.: 1.1 Merjenje osnovnih električnih veličin

Datum: 24.11.2011

Priimek in ime: NIKOLIĆ GREGOR

BESEDILO NALOGE: Po priloženem vezalnem načrtu izmerite osnovne električne veličine z analognimi in digitalnimi instrumenti ter podajte rezultate z mejami pogreškov.

Pregledal: _____

Ocena: _____

Datum: _____

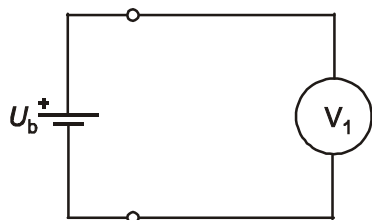
POROČILO NAJ VSEBUJE

1. besedilo naloge
2. vezalni načrt
3. popis instrumentov, naprav in elementov
4. vplivne veličine
5. opis poteka meritev in izračunov
6. prikaz merilnih rezultatov (tabele, grafi)
7. komentar

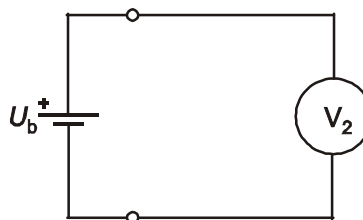


1. Vezalni načrt

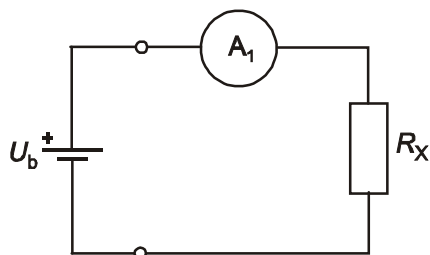
1) Meritev enosmerne napetosti z analognim voltmetrom



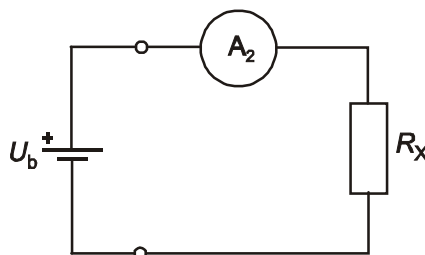
2) Meritev enosmerne napetosti z digitalnim voltmetrom



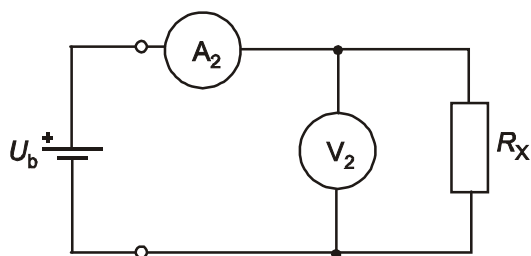
3) Meritev enosmernega toka z analognim ampermetrom



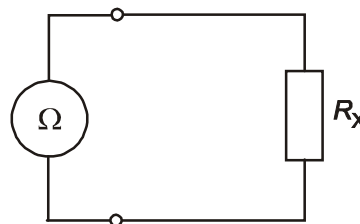
4) Meritev enosmernega toka z digitalnim ampermetrom



5) Posredno merjenje upornosti z meritvijo napetosti in toka



6) Meritev upornosti z ohmmetrom



2. Popis instrumentov, naprav in elementov

V_1	analogni voltmeter, ГОСТ, Ц4317, N165135
V_2	digitalni voltmeter, HAMEG, HM 8011-3, miza št. 12
A_1	analogni ampermeter, ГОСТ, Ц4317, N165135
A_2	digitalni ampermeter, HAMEG, HM 8011-3, miza št. 12
Ω	ohmmeter, Hewlett Packard, HP 3478A, ERI 37076
R_X	upor, 1 kΩ, 5%
U_b	enosmerna napetost baterije, 1,5 V .

3. Vplivne veličine

Temperatura prostora.....**23,5 °C**
Tlak v prostoru.....**1012,8 hPa**
Vlažnost zraka v prostoru.....**35,8 %**



4. Potek meritev in izračunov

Povežite merjence in instrumente po vezalnem načrtu, preklopite instrumente na ustrezna merilna območja in opravite meritev. Merilne rezultate podajte z mejami pogreškov in ustrezno zaokrožene.

Meja pogreška pri analognih merilnih instrumentih

Če uporabljamo instrumente v mejah merilnega območja in pod referenčnimi pogoji, smejo imeti brezhibni instrumenti pogrešek, ki ne preseže vrednosti določene z njihovim razredom točnosti. Največjemu še dopustnemu pogrešku pravimo meja pogreška. Ker je razred instrumenta lahko podan na merilni doseg ali na vsakokratno izmerjeno vrednost, moramo to pri izračunu meje pogreška upoštevati.

Pomen oznak:

r	razred instrumenta,
x_D	merilni doseg in
x_i	izmerjena vrednost.

Razred instrumenta je podan na merilni doseg

Meja absolutnega pogreška:

$$E_m = \pm \left| \frac{r}{100} \cdot x_D \right|.$$

Meja relativnega pogreška:

$$e_m = \pm \left| \frac{E_m}{x_i} \right| = \pm \left| \frac{r}{100} \frac{x_D}{x_i} \right|.$$

Razred instrumenta je dan na vsakokratno izmerjeno vrednost

Meja absolutnega pogreška:

$$E_m = \pm \left| \frac{r}{100} x_i \right|.$$

Meja relativnega pogreška:

$$e_m = \pm \left| \frac{E_m}{x_i} \right| = \pm \frac{r}{100}.$$

Meja pogreška pri digitalnih merilnih instrumentih

Za digitalne merilne instrumente proizvajalci običajno navedejo mejo pogreška, sestavljeno iz dveh delov, iz dela, ki se nanaša na izmerjeno vrednost x_i in dela, ki se nanaša na merilni doseg x_D , na primer:

$$E_m = \pm (|0,05\% \cdot x_i| + |0,02\% \cdot x_D|).$$

$$e_m = \pm \left| \frac{E_m}{x_i} \right|.$$

Namesto z merilnim dosegom izrazijo proizvajalci včasih delež meje pogreška, ki se nanaša na merilni doseg s številom digitov d , na primer:

$$E_m = \pm (|0,05\% \cdot x_i| + 2d).$$



Digit je najmanjša vrednost merjene veličine, ki jo prikazovalnik instrumenta na izbranem merilnem območju lahko prikaže, oz. ločljivost instrumenta. Mejo relativnega pogreška e_m izrazimo enako kot v prejšnjem primeru.

Meja pogreška pri posredno merjenih veličinah

Posredno merjena veličina je funkcija ene ali več spremenljivk, na primer:

$$y = f(x).$$

Sprememba x za dx spremeni y za dy

$$y + dy = f(x + dx).$$

Desno stran enačbe razvijemo v Taylorjevo vrsto, zanemarimo člen drugega in višjih redov:

$$y + dy = f(x) + f'(x) \cdot dx$$

$$dy = f'(x) \cdot dx$$

Izraženo s končnimi spremembami:

$$\Delta y = f'(x) \cdot \Delta x.$$

Za funkcije več spremenljivk $y = f(x_1, x_2, \dots, x_N)$ velja:

$$\Delta y = \frac{\partial y}{\partial x_1} \cdot \Delta x_1 + \frac{\partial y}{\partial x_2} \cdot \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial y}{\partial x_N} \cdot \Delta x_N = \sum_{j=1}^N \frac{\partial y}{\partial x_j} \cdot \Delta x_j.$$

Meja absolutnega pogreška E_y funkcije y je:

$$\Delta y = E_y \text{ in } \Delta x_j = E_{x_j}$$

$$E_y = \pm \left(\left| \frac{\partial y}{\partial x_1} \cdot E_{x_1} \right| + \left| \frac{\partial y}{\partial x_2} \cdot E_{x_2} \right| + \dots + \left| \frac{\partial y}{\partial x_N} \cdot E_{x_N} \right| \right) = \pm \sum_{j=1}^N \left| \frac{\partial y}{\partial x_j} \cdot E_{x_j} \right|.$$

Meja relativnega pogreška pa:

$$e_y = \pm \frac{E_y}{y}.$$

Za primer posrednega merjenja upornosti z meritvijo napetosti U in toka I velja:

$$y = R = f(U, I) = \frac{U}{I}$$

in

$$E_R = \pm \left(\left| \frac{\partial \left(\frac{U}{I} \right)}{\partial U} \cdot E_U \right| + \left| \frac{\partial \left(\frac{U}{I} \right)}{\partial I} \cdot E_I \right| \right) = \pm \left(\left| \frac{1}{I} \cdot E_U \right| + \left| \frac{-U}{I^2} E_I \right| \right).$$

Po množenju gornje enačbe z $\frac{1}{R} = \frac{I}{U}$ dobimo:

$$\frac{E_R}{R} = \pm \left(\left| \frac{E_U}{U} \right| + \left| \frac{E_I}{I} \right| \right) \text{ in}$$

$$e_R = \pm (|e_U| + |e_I|).$$



Na podoben način izpeljemo meje relativnih pogreškov za nekatere splošne primere:

• vsota $y = x_1 + x_2$ $e_y = \pm \frac{|e_{x_1} \cdot x_1| + |e_{x_2} \cdot x_2|}{x_1 + x_2},$

• razlika $y = x_1 - x_2$ $e_y = \pm \frac{|e_{x_1} \cdot x_1| + |e_{x_2} \cdot x_2|}{x_1 - x_2},$

• produkt $y = x_1 \cdot x_2$ $e_y = \pm \left(|e_{x_1}| + |e_{x_2}| \right),$

• kvocient $y = \frac{x_1}{x_2}$ $e_y = \pm \left(|e_{x_1}| + |e_{x_2}| \right),$

• potenciranje $y = x^n$ $e_y = \pm |n \cdot e_x|$ in

$y = x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$ $e_y = \pm \left| \frac{1}{n} e_x \right|.$

Podajanje merilnega rezultata

Končni rezultat meritve podamo tako, da navedemo izmerjeno oz. izračunano vrednost in mejo pogreška. Z mejo absolutnega pogreška E podamo rezultat v obliki:

$$y = y_i \pm E,$$

z mejo relativnega pogreška $e = \frac{E}{y_i}$ pa v obliki:

$$y = y_i (1 \pm e).$$

Pri tem se izognemo zapisovanju prevelikega števila decimalnih mest, predvsem kadar pride do njih z računanjem iz izmerjenih vrednosti. V splošnem velja pravilo, da naj število decimalnih mest izračunanega rezultata ne presega števila decimalnih mest uporabljenih izmerjenih vrednosti. Običajno pa pri navedbi končnega rezultata zaokrožimo izmerjeno vrednost in mejo pogreška po naslednjih pravilih:

- Najprej zaokrožimo mejo pogreška in sicer vedno navzgor ter jo podajamo samo z eno ali dvema veljavnima ciframa. Če je prva cifra (ničel levo od nje ne štejemo) 3 do 9 zaokrožimo na tem mestu, na primer:

$$E = 0,0472 \Rightarrow E = 0,05.$$

Če pa je prva cifra 1 ali 2, zaokrožimo na naslednjem mestu, na primer:

$$E = 0,0142 \Rightarrow E = 0,015.$$

Vmesne rezultate podajamo s tremi veljavnimi ciframi (ničel levo ne štejemo).

- Izmerjeno ali izračunano vrednost zaokrožimo na decimalnem mestu, ki ga določa zaokrožena negotovost. Če je desno od mesta, kjer zaokrožimo ena od cifer 0 do 4, zaokrožimo navzdol, če pa je 5 do 9, zaokrožimo navzgor, na primer:

$$y_i = 7,32 \quad E = 0,2 \Rightarrow y = 7,3 \pm 0,2$$

$$y_i = 7,37 \quad E = 0,2 \Rightarrow y = 7,4 \pm 0,2.$$



4.1 Meritev enosmerne napetosti z analognim voltmetrom

$$k_V = \frac{2,5}{50} = 0,05 \frac{\text{V}}{\text{del}}$$

$$\alpha_V = 32,0 \text{ del}$$

$$U_i = k_V \cdot \alpha_V = 0,05 \cdot 32,0 = 1,60 \text{ V}$$

$$E_{U_i} = \pm \left| \frac{r_V}{100} \cdot U_D \right| = \pm \left| \frac{1,5}{100} \cdot 2,5 \right| = \pm 0,0375 \text{ V}$$

$$e_{U_i} = \pm \left| \frac{E_{U_i}}{U_i} \right| = \pm \left| \frac{0,0375}{1,60} \right| = \pm 0,0234$$

$$U = U_i \pm E_{U_i} = 1,60 \text{ V} \pm 0,04 \text{ V}$$

$$U = U_i (1 \pm e_{U_i}) = 1,60 \cdot (1 \pm 0,024) \text{ V}$$

pri čemer je:

k_V konstanta analognega voltmetra,

α_V odklon analognega voltmetra,

U_i izmerjena napetost,

E_{U_i} absolutna meja pogreška,

r_V [%] razred analognega voltmetra,

U_D napetostni merilni doseg in

e_{U_i} relativna meja pogreška.

4.2 Merjenje enosmerne napetosti z digitalnim voltmetrom

$$U_i = 1,6210 \text{ V}$$

$$E_{U_i} = \pm \left(\left| \frac{r_1 \cdot U_i}{100} \right| + \left| \frac{r_2 \cdot U_D}{100} \right| \right) = \pm \left(\left| \frac{0,05 \cdot 1,621}{100} \right| + \left| \frac{0,005 \cdot 2}{100} \right| \right) = \pm 0,000911 \text{ V}$$

$$e_{U_i} = \pm \left| \frac{E_{U_i}}{U_i} \right| = \pm \left| \frac{0,000911}{1,621} \right| = \pm 0,000562$$

$$U = U_i \pm E_{U_i} = 1,6210 \text{ V} \pm 0,0010 \text{ V} = 1,6210 \text{ V} \pm 1,0 \text{ mV}$$

$$U = U_i (1 \pm e_{U_i}) = 1,6210 \cdot (1 \pm 0,0006) \text{ V}$$

pri čemer je:

U_i napetost odčitana na digitalnem voltmetru,

E_{U_i} absolutna meja pogreška,

U_D napetostno merilno območje digitalnega voltmetra,

r_1 [%] delež meje pogreška glede na izmerjeno vrednost (podatki iz kataloga),

r_2 [%] delež meje pogreška glede na merilni doseg (podatki iz kataloga) in

e_{U_i} relativna meja pogreška.



4.3 Meritev enosmernega toka z analognim ampermetrom

$$k_A = 0,1 \frac{\text{mA}}{\text{del}}$$

$$\alpha_A = 15,5 \text{ del}$$

$$I_i = k_A \cdot \alpha_A = 0,1 \cdot 15,5 = 1,55 \text{ mA}$$

$$E_{I_i} = \pm \left| \frac{r_A}{100} \cdot I_D \right| = \pm \left| \frac{1,5}{100} \cdot 5 \right| = \pm 0,0750 \text{ mA}$$

$$e_{I_i} = \pm \left| \frac{E_{I_i}}{I_i} \right| = \pm \left| \frac{0,0750}{1,55} \right| = \pm 0,0484$$

$$I = I_i \pm E_{I_i} = 1,55 \text{ mA} \pm 0,08 \text{ mA}$$

$$I = I_i (1 \pm e_{I_i}) = 1,55 \cdot (1 \pm 0,05) \text{ mA}$$

pri čemer je:

k_A konstanta analognega ampermetra,

α_A odklon analognega ampermetra,

I_i izmerjeni tok,

E_{I_i} absolutna meja pogreška,

r_A [%] razred analognega ampermetra,

I_D tokovni merilni doseg in

e_{I_i} relativna meja pogreška.

4.4 Merjenje enosmernega toka z digitalnim ampermetrom

$$I_i = 1,4676 \text{ mA}$$

$$E_{I_i} = \pm \left(\left| \frac{r_1 \cdot I_i}{100} \right| + \left| \frac{r_2 \cdot I_D}{100} \right| \right) = \pm \left(\left| \frac{0,2 \cdot 1,4676}{100} \right| + \left| \frac{0,01 \cdot 2}{100} \right| \right) = \pm 0,00314 \text{ mA}$$

$$e_{I_i} = \pm \left| \frac{E_{I_i}}{I_i} \right| = \pm \left| \frac{0,00314}{1,4676} \right| = \pm 0,00214$$

$$I = I_i \pm E_{I_i} = 1,4676 \text{ mA} \pm 0,0032 \text{ mA}$$

$$I = I_i (1 \pm e_{I_i}) = 1,4676 \cdot (1 \pm 0,0022) \text{ mA}$$

pri čemer je:

I_i tok odčitani na digitalnem ampermetru,

E_{I_i} absolutna meja pogreška,

I_D tokovno merilno območje digitalnega ampermetra,

r_1 [%] delež meje pogreška glede na izmerjeno vrednost (podatki iz kataloga),

r_2 [%] delež meje pogreška glede na merilni doseg (podatki iz kataloga) in

e_{I_i} relativna meja pogreška.



4.5 Posredno merjenje upornosti z meritvijo napetosti in toka

Izračun meje pogreška meritve napetosti z digitalnim voltmetrom:

$$U_i = 1,4684 \text{ V}$$

$$E_{U_i} = \pm \left(\left| \frac{r_{1U} \cdot U_i}{100} \right| + \left| \frac{r_{2U} \cdot U_D}{100} \right| \right) = \pm \left(\left| \frac{0,05 \cdot 1,4684}{100} \right| + \left| \frac{0,005 \cdot 2}{100} \right| \right) = \pm 0,000834 \text{ V}$$

$$e_{U_i} = \pm \left| \frac{E_{U_i}}{U_i} \right| = \pm \left| \frac{0,000834}{1,4684} \right| = \pm 0,000568$$

pri čemer je:

- U_i napetost odčitana na digitalnem voltmetru,
- E_{U_i} absolutna meja pogreška meritve napetosti,
- U_D napetostno merilno območje digitalnega voltmetra,
- r_{1U} [%] delež meje pogreška glede na izmerjeno vrednost napetosti,
- r_{2U} [%] delež meje pogreška glede na napetosti merilni doseg in
- e_{U_i} relativna meja pogreška meritve napetosti.

Izračun meje pogreška meritve toka z digitalnim ampermetrom:

$$I_i = 1,4669 \text{ mA}$$

$$E_{I_i} = \pm \left(\left| \frac{r_{1I} \cdot I_i}{100} \right| + \left| \frac{r_{2I} \cdot I_D}{100} \right| \right) = \pm \left(\left| \frac{0,2 \cdot 1,4669}{100} \right| + \left| \frac{0,01 \cdot 2}{100} \right| \right) = \pm 0,00313 \text{ mA}$$

$$e_{I_i} = \pm \left| \frac{E_{I_i}}{I_i} \right| = \pm \left| \frac{0,00313}{1,4669} \right| = \pm 0,00214$$

pri čemer je:

- I_i tok odčitana na digitalnem ampermetru,
- E_{I_i} absolutna meja pogreška meritve toka,
- I_D tokovno merilno območje digitalnega ampermetra,
- r_{1I} [%] delež meje pogreška glede na izmerjeno vrednost toka,
- r_{2I} [%] delež meje pogreška glede na tokovni merilni doseg in
- e_{I_i} relativna meja pogreška meritve toka.

Izračun upornosti in določitev meje pogreška posredne meritve upornosti:

$$R_i = \frac{U_i}{I_i} = \frac{1,4684}{1,4669} = 1001 = 1,001 \text{ k}\Omega$$

$$e_{R_i} = \pm \left(|e_{U_i}| + |e_{I_i}| \right) = \pm \left(|0,000568| + |0,00214| \right) = \pm 0,00270$$

$$E_{R_i} = \pm |e_{R_i} \cdot R_i| = \pm |0,00270 \cdot 1001,0| = \pm 2,71 \text{ }\Omega$$

$$R = R_i \pm E_{R_i} = 1001,0 \text{ }\Omega \pm 2,8 \text{ }\Omega$$

$$R = R_i (1 \pm e_{R_i}) = 1001,0 \cdot (1 \pm 0,0027) \text{ }\Omega$$



4.6 Merjenje upornosti z ohmmetrom

$$R_i = 1002,87 \Omega$$

$$E_{R_i} = \pm \left(\frac{r}{100} \cdot R_i + n \cdot d + R_{offset} \right) = \pm \left(\frac{0,016}{100} \cdot 1002,87 + 2 \cdot 0,01 + 0,2 \right) = \pm 0,380 \Omega$$

$$e_{R_i} = \pm \left| \frac{E_{R_i}}{R_i} \right| = \pm \left| \frac{0,380}{1002,87} \right| = \pm 0,000379$$

$$R = R_i \pm E_{R_i} = 1002,87 \Omega \pm 0,4 \Omega$$

$$R = R_i (1 \pm e_{R_i}) = 1002,87 \cdot (1 \pm 0,0004) \Omega$$

pri čemer je:

R_i upornost izmerjena z ohmmetrom,

E_{R_i} absolutna meja pogreška,

n število digitov (podatek iz kataloga),

d digit (najmanjša vrednost merjene veličine, ki jo prikazovalnik instrumenta na izbranem merilnem območju lahko prikaže),

R_{offset} premik izmerjene upornosti (podatek iz kataloga),

e_{R_i} relativna meja pogreška in

r [%] delež meje pogreška glede na izmerjeno vrednost (podatek iz kataloga).

5. Prikaz merilnih rezultatov

Tabela 1: Rezultat merjenja enosmerne napetosti z analognim voltmetrom.

k_V (V/del)	α_V (del)	U_i (V)	r_V (%)	U_D (V)	E_{U_i} (V)	e_{U_i}
0,05	32,0	1,60	1,5	2,5	0,0375	0,0234

Tabela 2: Rezultat merjenja enosmerne napetosti z digitalnim voltmetrom.

U_i (V)	r_1 (%)	r_2 (%)	U_D (V)	E_{U_i} (V)	e_{U_i}
1,6210	0,05	0,005	2	0,000911	0,000562

Tabela 3: Rezultat merjenja enosmernega toka z analognim ampermetrom.

k_A (mA/del)	α_A (del)	I_i (mA)	r_A (%)	I_D (mA)	E_{I_i} (mA)	e_{I_i}
0,1	15,5	1,55	1,5	5	0,0750	0,0484



Tabela 4: Rezultat merjenja enosmernega toka z digitalnim ampermetrom.

I_i (mA)	r_1 (%)	r_2 (%)	I_D (mA)	E_{I_i} (mA)	e_{I_i}
1,4676	0,2	0,01	2	0,00314	0,00214

Tabela 5: Rezultat posrednega merjenja upornosti z meritvijo napetosti in toka.

U_i (V)	r_{1U} (%)	r_{2U} (%)	U_D (V)	E_{U_i} (V)	e_{U_i}
1,4684	0,05	0,005	2	0,000834	0,000568

I_i (mA)	r_{1I} (%)	r_{2I} (%)	I_D (mA)	E_{I_i} (mA)	e_{I_i}
1,4669	0,2	0,01	2	0,00313	0,00214

R_i (Ω)	e_{R_i}	E_{R_i} (Ω)
1001,0	0,00270	2,71

Tabela 6: Rezultat merjenja upornosti z ohmmetrom.

R_i (Ω)	r (%)	R_{offset} (Ω)	n	d (Ω)	E_{R_i} (Ω)	e_{R_i}
1002,87	0,016	0,2	2	0,01	0,380	0,000379

6. Komentar

Merilni rezultati merjenja merjene veličine z analognim ter digitalnim instrumentom, nam dajejo spoznanje, da je meritev z digitalnim instrumentom opravljena bistveno bolj točno, saj je točnost pri analogni meritvi merjene veličine odvisna od tega kako točno smo odčitali vrednost iz skale instrumenta, kar je že sistematski pogrešek. Pri meritvi z digitalnim instrumentom je natančnost merjenja bistveno večja, saj smo lahko izmerili vrednost merjene veličine na četrto decimalno mesto. Temu primerno se tudi obnašajo izračunani absolutni in relativni pogreški. Pri meritvi z digitalnim instrumentom, bi morda lahko izboljšali samo meritev s ponovno kalibracijo instrumenta in bi tako jemali delež meje pogreška glede na izmerjeno vrednost $r[\%]0,0035$ (24 h od zadnje kalibracije) namesto, da smo jemali vrednost 0,016 (1 leto od zadnje kalibracije). Pri posrednem merjenju upornosti z meritvijo napetosti in toka, smo ugotovili, da je le ta bistveno manj točna od merjenja upornosti z ohmmetrom, saj se nam pri posredni meritvi vnašajo pogreški posameznega merjenja (pogrešek pri merjenju toka ter pogrešek pri merjenju napetosti), kateri se v tem primeru (po pravilih na str. 5) seštevajo. Če primerjamo rezultat absolutne meje pogreška pri posredni meritvi znaša ta 2,71 Ω pri meritvi z ohmmetrom pa le 0,380 Ω vidimo, da je natančnost prve meritve bistveno slabša, saj se pravi rezultat nahaja v širšem območju kot pri meritvi opravljene z ohmmetrom.

