

MATEMATIKA 1, E-VS, 1. domača naloga

1. Dokaži: $\left(\frac{x-3}{x^2+2x+4} - \frac{1}{x-2} + \frac{6x}{x^3-8}\right)\left(5x + \frac{20}{x+2}\right) = \frac{-5}{x+2}$.
2. Skrči izraz: $\left(\frac{u+3}{u-3} - \frac{u-3}{u+3}\right) : \frac{3u}{u^2-9}$. R: 4
3. Reši enačbo: $-1 = (x-2)(x+2) - (x-1)^2$. R: $x = 2$
4. Načrtaj graf funkcije $y = -x^2 + x + 1$. R: $T\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{4}\right)$, ničli $(-0, 6; 0)$ in $(1, 6; 0)$
5. Določi parameter a tako, da se bo parabola $y = a(x^2 - 5x + 3) - (x^2 - 3 - 4x)$ dotikala osi x v eni sami točki. R: $a_1 = 2, a_2 = \frac{14}{13}$
6. Določi množici $(A \cup B) \cap (A \cup C)$ ter $(A \cap B) \cap C$, če je $A = \{x; 0 < x < 2\}$, $B = \{x; 1 < x < 5\}$, $C = \{x; 4 \leq x \leq 10\}$.
7. Množico A zapiši z intervali:
 - (a) $A = \{x; 2x < x + 1 < 2x - 1\}$. R: ni rešitve
 - (b) $A = \left\{x; x \in \mathbb{R} \wedge \frac{x-4}{x+1} \geq 0\right\}$. R: $(-\infty, -1) \cup [4, \infty)$
8. V obsegu realnih števil reši naslednje enačbe oz. neenačbe:
 - (a) $|2x + 3| < 4$, R: $(-\frac{7}{2}, \frac{1}{2})$
 - (b) $|x| - |x - 4| > 3$, R: $(\frac{7}{2}, \infty)$
 - (c) $|x + 2| - |2x - 6| - 3 < 1 - |x|$, R: $(-\infty, 2)$
 - (d) $|2x + 3| + |x + 3| \leq 1$, R: \emptyset
 - (e) $\left|\frac{x+2}{x-3}\right| > 1$, R: $(\frac{1}{2}, 3) \cup (3, \infty)$
9. Razcepi v obsegu kompleksnih števil:
 - (a) $z^2 + 81$. R: $(z + 9i)(z - 9i)$
 - (b) $z^4 + 12z^2$. R: $z^2(z + 2i\sqrt{3})(z - 2i\sqrt{3})$
10. Reši v obsegu kompleksnih števil:
 - (a) $z^2 + 7 = 0$. R: $\pm i\sqrt{7}$
 - (b) $z^2 - 4z + 13 = 0$. R: $2 \pm 3i$
11. Izračunaj $\operatorname{Re} z, \operatorname{Im} z, |z|$ in $\frac{z-\bar{z}}{1+z\bar{z}}$, če je $z = 3 - 4i$. R: 3, -4, 5, $-\frac{4i}{13}$
12. Nariši množico kompleksnih števil, ki zadoščajo pogoju:
 - (a) $\operatorname{Re} z > 1$

- (b) $\operatorname{Im} z = 3$
- (c) $|z| < 4$
- (d) $|z - 2| > 3$
- (e) $|z + 2i| \geq 2$
- (f) $|z + i - 1| < 3$
- (g) $z\bar{z} = 4$
- (h) $|z| + z = 2 + i$
- (i) $|z - i| \leq 1 \wedge |z - 1| \leq 1$

13. Izračunaj:

$$\sqrt[3]{-i}.$$

$$\text{R: } i, -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$$

14. V kompleksni ravnini nariši množico vseh tistih točk z , za katere velja:

$$|z - 1 - i| > 4 \wedge \operatorname{Im} z > -3 \wedge |z + 2 + 2i| \leq 2.$$

15. Poišči množico točk v kompleksni ravnini, ki zadoščajo enačbi

$$\operatorname{Re} \left(\frac{z}{\bar{z}} \right) = 1.$$

$$\text{R: } z = x, x \in \mathbb{R}$$